

REAL OPTIONS SUPER LATTICE SOLVER

用户手册

乔纳森 文 (Dr. Johnathan Mun) 博士, MBA, 注册风险分析师, 注册金融分析师, 金融风险管理师
王立峰, 注册风险分析师
张元昊, 注册风险分析师
黎毅, 注册风险分析师

Real Options SLS 2010

本手册及其中涉及的软件是授权提供的，必须在遵守《最终用户许可协议》条款的情况下使用和复制。本文件中所提供的信息仅供参考，随时可能改变不另行通知，不代表Real Options Valuation, Inc公司的商业义务。

不管出于何种目的，在没有Real Options Valuation, Inc公司书面授权情况下，任何人不得以任何形式、任何方式，如电子或机械，包括影印和录音等复制或传播本手册的任何章节。

本文参考了Dr. Johnathan Mun， Real Options Valuation, Inc公司创始人及CEO的出版物。

由Dr. Johnathan Mun编写

在美国境内编写设计出版

如想购买本手册的额外复印件部分，请按以下的e-mail地址联系 Real Options Valuation, Inc公司：Admin@RealOptionsValuation.com

© 2005-2010 by Dr. Johnathan Mun。公司保留一切解释权利。

Microsoft®是微软公司在美国境内及其它国家的注册商标。

下文中涉及的其他产品可能是属于相关拥有者的商标和/或注册商标。

USA: www.realoptionsvaluation.com

CHINA: www.real-consulting.com.cn

前言

欢迎使用 Real Option SLS 软件

欢迎使用 Real Option SLS 软件 2010 版本。本软件包含以下几个模块：

- 单一 SLS
- 多元 SLS
- 多叉网格
- Lattice Maker
- SLS Excel 解决方案
- SLS 函数和公式

这些模块涉及的内容包括将金融期权概念应用于实物资产。例如，当购买标的股票的看涨期权时，所购买的是权力，而不是义务，以一个预定的价格来购买股票。当购买日到期，或是提前执行的期权，如果此时股票价格高于期权的预期价格，就可以执行期权。执行期权意味着按照预期的价格购买股票然后以较高的市场价格卖出以获得利润（扣除购买期权的税收，交易成本和手续费）。如果市场价低于预定价格，就不购买股票，损失的是交易成本和手续费。未来总是难以预料的，充满风险和不确定性。不能确定某支股票是会升值还是贬值。期权的优点在于：可以在损失最小（通过设定期权的手续费为最大损失进行套期保值）的情况下最大化收益（在没有最大收益上界的情况下进行投机）。同样的观点可以应用到实物资产上。一个公司的资产可能包含设备，专利，项目，研究和开发等等。每种资产都具有一定水平的不确定性。例如，公司数百万的研究项目会产生创造收益的产品吗？投资一个刚成立的成功企业能否帮助公司开拓新的市场？管理者每天都会有这样的疑问。Real Option SLS 软件（包含 SLS, MSLS 和 MNLS）为分析者和高管提供了是否投资某一不确定值的决断力。

哪些人应该使用该软件？

SLS, MSLS, MNLS, Lattice Maker, SLS Excel 解决方案和 Excel 函数对于那些使用 Excel 表格模型和实物期权估值的分析者来说十分适用。本软件还有几本参考书目：《实物期权分析：工具和方法》，第二版，Wiley Finance 2005，以及《雇员股票期权估值》，Wiley 2004，都是由本软件的设计者乔纳森·文所著。相关的培训课程有：注册风险分析师认证（CRA），基础实物期权分析培训和高级实物期权分析培训。软件和其中的模型都是基于他的著作，培训课程涉及实物期权更深层次，包含商业案例的解决方案以及真实案例中实物期权的应用。在此强烈建议使用者在使用之前先了解《实物期权分析：工具和方法》，第二版（Wiley2006）一书中关于实物期权的基本概念。

目录

第一节——开始步骤

关于 SLS 的介绍

单资产 SLS

多资产 SLS (MSLS)

多叉网格

SLS Lattice Maker

SLS Excel 解决方案 (Excel 中的 SLS, MSLS 和可变波动率模型)

SLS 函数

SLS 的重要注释和技巧

收益图, 飓风图和敏感性分析

第二节: 实物期权分析

美式, 欧式, 百慕大式和自定义放弃期权

美式, 欧式, 百慕大和自定义收缩期权

美式、欧式、百慕大和自定义扩展期权

收缩、扩展和放弃期权

美式, 欧式和百慕大基础看涨期权

基本美式、欧式和百慕大看跌期权

奇异选择期权

连续复合期权

多阶段连续复合期权

自定义连续复合期权

路径相关, 路径独立, 相互排斥, 非相互排斥和复杂组合嵌套期权

同阶段复合期权

三叉美式和欧式期权

均值回复三叉美式和欧式期权

的跳跃——扩散四叉网格期权

双变量五叉网格彩虹期权

美式和欧式下障碍期权

美式和欧式上障碍期权

美式和欧式双障碍期权和奇异障碍

第三节 雇员股票期权

包含等待期的美式雇员股票期权

包含次优交易行为的美式雇员股票期权

包含等待期和次优交易行为的美式雇员股票期权

包含等待期, 封锁期, 次优交易行为, 和员工离职率的美式雇员股票期权

附录 A: 网格收敛

附录 B: 波动率估计

波动率估计 (对数现金流收益/股票价格收益法)

波动率估计 (对数现值收益)

附录 C: 技术公式——奇异期权公式

Black & Scholes 期权模型——欧式

存在漂移（红利）的 Black & Scholes 期权模型 - 欧式

存在未来支付的 Black & Scholes 期权模型——欧式

选择期权（基本选择权）

复杂选择期权

复合期权

远期开始期权

广义 Black-Scholes 模型

期货期权

两相关资产期权

附录 D——快速安装指南

附录 E——详细的安装指南

附录 F——激活永久授权

开始步骤

关于 SLS 的介绍

Real Option SLS 软件包含以下几个模块: SLS, MSLS, MNLS, Lattice Maker, SLS Excel 解决方案和 SLS 函数。这些使用二叉网格的模块都非常实用,可以用于多种类型的期权之中(主要包含三大种类的期权:实物资产和无形资产的实物期权,金融资产和投资的金融期权以及处理公司提供给雇员的金融资产的雇员股票期权)。本章节介绍了一些使用者可能会经常遇到的简单实物期权,金融期权和雇员股票期权的应用。

- 单资产模型主要用于解决那些使用二叉网格的单一标的资产的期权。那些涉及单一标的资产的复杂期权也可以用 SLS 来解决。
- 多资产模型主要用于解决那些使用二叉网格的多元标的资产和多阶段的连续复合期权。那些涉及多元标的资产和阶段的复杂期权也可以用 MSLS 来解决。
- 多叉模型使用多叉网格(三叉,四叉,五叉)来解决那些二叉网格无法解决的期权问题。
- Lattice Maker 用于在 Excel 中生成可见公式的网格,用于在 Risk Simulator 软件(由 Real Option Valuation 公司开发的内嵌于 Excel 中的,基于风险仿真,预测和优化的软件)中运行 Monte Carlo 仿真,或是链接到其它一些电子表格模型中。生成的网格还包括在何处执行战略期权和最优的行权时间。
- SLS Excel 解决方案是在 Excel 的环境中实现 SLS 和 MSLS 的计算过程,它允许使用者直接在 Excel 里运用 SLS 和 MSLS 函数。这一功能简化了建立模型,链接嵌入公式,取值以及运行仿真这些步骤,为使用者提供了建立模型的样本模板。
- SLS 函数直接在 Excel 里加入实物和金融期权模型。这一功能简化了建立模型,链接嵌入及运行仿真这些步骤。

SLS 软件的开发者是乔森纳·文,他是一位教授和咨询师,出版过多部专著,包括《实物期权分析:工具和方法》,第二版,(Wiley 2005);《风险建模》(Wiley 2006);《基于 2004FAS123 雇员股票期权估值》,(Wiley 2004)。与本软件相关的还有其他一些文博士在培训课程上使用的实物期权,仿真和雇员股票期权估值等相关材料。本软件和模型都是基于他的这些著作,培训则从更深入的角度分析了实物期权,包括简单商业案例的解决方案以及真实案例中实物期权的应用。建议读者在使用本软件进行深层次的实物期权分析之前,先熟悉《实物期权分析:工具和方法》,第二版,(Wiley 2005)中有关实物期权的一些基本概念。本手册对于书中已经讨论过的基本概念不再进行解释。

注意:2002 年出版的《实物期权分析:工具和方法》一书的第一版中介绍了实物期权分析工具箱,它是 SLS 的前身,也是由乔森纳·文开发的。在《实物期权分析:工具和方法》,第二版,(2005)一书中我们介绍了 SLS2010 版本较实物期权工具箱的改进之处:

- 所有不一致的计算错误和扰动都被固定并检验
- 允许每次改变输入参数(自定义期权)
- 允许每次改变波动率大小
- 将百慕大期权(等待期和封锁期)和自定义期权相结合
- 可灵活建模以及自行构建期权
- 在精确度和分析能力方面有普遍的提高

作为 SLS 和实物期权分析工具箱(ROAT)的开发者,作者建议读者使用 SLS,因为相对于它的前身 ROAT 来说,它具有更强的性能和更高的分析灵活性。

SLS 软件 2010 对系统的最低要求是：

- Windows XP, 或更高
- Excel XP, Excel 2003
- NET Framework 2.0
- 系统管理员权限（用于安装软件）
- 256M 的最低内存
- 30MB 的硬件驱动空间

本软件还可用在其他语言的操作系统中，例如英文版的 Windows 或 Excel，可以通过点击开始|控制面板|地区和语言选项改变设置，在 Windows 操作系统上测试 SLS 软件。选择英语（美国）。之所以要做这样设置是因为不同国家之间的编码方式是不一样的（例如，一千美元零五十美分在美国可以这样书写 1, 000.50，而在欧洲一些国家它则表达成 1.000, 50）。

在安装软件之前，要确定系统已经进行了上述所要求的变更。如果需要 NET Framework 2.0 版本，请搜索软件安装 CD，安装名称为 *dotnetfx20.exe* 的文件，如果没有安装 CD，可以从下面的网址下载此文件：www.realoptionsvaluation.com.cn/attachments/dotnetfx20.exe。要在安装 SLS 2010 之前安装此软件。注意 .NET 2.0 和 .NET 1.1 是相兼容的，所以在使用时不必卸载另一个。为了达到最好的效果，可以同时电脑里运行两个版本的软件。

下一步，可以同时使用安装 CD 或是以下的网址：www.realoptionsvaluation.com.cn 来安装 SLS 2010 软件，点击下载，选择 Real Option SLS 2010。可以选择完全版（假设已经购买了本软件并得到了永久的许可证和指令）或是试用版。试用版与完全版在功能是完全一样的，不同的是它只有 14 天的有效期，如果想要继续使用本软件，需要得到完全的授权许可。按照屏幕上的提示来安装软件。如果现在使用的是试用版想获得永久许可授权文件，可以访问网站 www.realoptionsvaluation.com.cn，点击购买（网站的左边面板）完成订单。稍后就可以获得相关安装永久许可的指示。参考附录 D 和 E 获得更多安装的详细情况，参考附录 F 关于授权许可用法指示的详情。

单资产 SLS

图 1 是 SLS 软件的主界面。在软件安装完成之后，用户可以通过点击开始|程序|Real Options Valuation|Real Option SLS 2010|进入 SLS 软件主界面。在此界面下，可以运行单资产模块，多资产模块，多叉模型模块，Lattice Maker 模块，打开案例模型或是打开已有模型。可以移动鼠标到相应的栏目下获得此模块的简短介绍。还在此界面可以购买或安装最新的永久许可授权。

点击开始|程序|实 Real Options Valuation|Real Option SLS 2010 通过选择相关的模块来使用 SLS 功能，SLS Excel 解决方案，或是率计算文件的模板。



图 1: 一单资产 SLS

单资产期权模型主要用于解决那些使用二叉网络的单一标的资产的期权问题。那些涉及单一标的资产的复杂期权也可以用 SLS 来解决。可以使用本方法解决的主要期权类型包括：美式期权，百慕大期权和欧式期权，以及放弃期权，选择期权，收缩期权，延期期权，执行期权，扩展期权，等待期权，或是改变输入变量及设置障碍的这些期权的自定义组合。

- 新建一个单资产期权模型
- 新建一个多资产期权模型
- 新建一个多叉期权模型
- 新建一个网格
- 打开一个案例模型
- 打开一个保存的模型
- 退出 购买或安装许可

单资产 SLS 案例

为了帮助入门，先来看几个简单的案例。首先是利用 SLS 计算一个简单的欧式看涨期权。在主界面中选择新建单资产模型，点击文件|示例|普通香草期权 I。图 2 中介绍了在 SLS 软件中下载案例文件夹的步骤。开始的标的资产或股票价格是 100 美元，5 年期的执行成本或执行价格是 100 美元。年无风险收益率是 5%，历史可比年波动率或预期年波动率是 10%。点击运行(或 Alt-R 键)，计算 100 步的二叉网格，欧式和美式看涨期权的结果值都是 23.3975 美元。同时还计算了与运用 Black-Scholes 期权价值评估工具，闭合偏微分美式估值模型，以及 1000 步的二叉网格标准普通美式和二叉欧式看涨看跌期权的基准值。注意只选择了美式和欧式期权，计算出的结果只是对于这些普通的美式和欧式看涨期权。

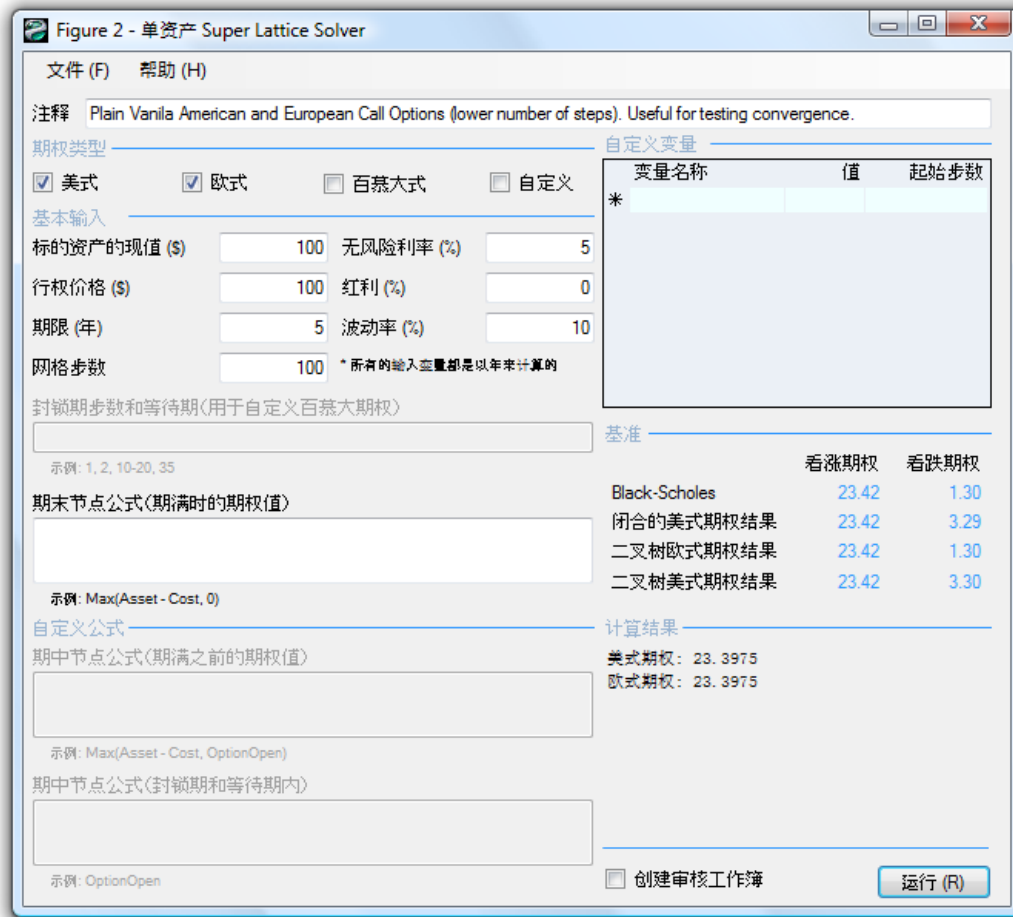


图 2: 一个简单欧式和美式看涨期权的 SLS 结果

基准值同时使用了闭合模型 (Black-Scholes 模型和闭合估值模型) 和 1000 期普通期权的二叉网格。可以在基本输入框中将期数改为 1000 来检验。计算出的结果与图 3 中的基准值是一致的。当然还会发现，计算出的美式，欧式期权值等于基准值 23.4187，因为，如果没有派发红利，就不会提前执行标准看涨期权。还有一点值得注意的就是，网格的步数越高，计算所需时间就越长。为了确保分析的稳定性，最明智的方法就是先输入较低的步数，然后增加步数来检查结果的收敛性。更多关于二叉网格收敛的细则请参考附录 A，里面解释了一个可靠的期权估值需要计算多少步网格。

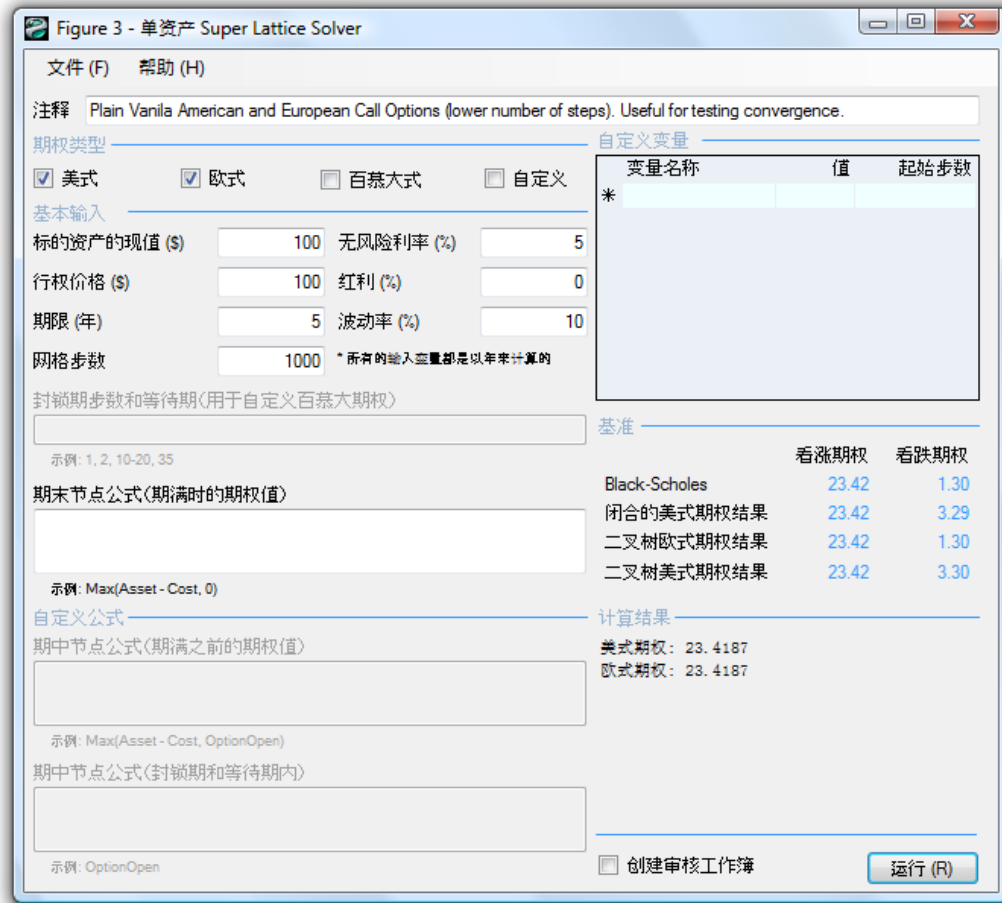


图 3: SLS 与基准值的结果比较

作为选择，还可以输入看涨期权的终端和中间节点方程来得到相同的结果。注意使用 100 步，末点方程 $\text{Max}(\text{Asset}-\text{Cost}, 0)$ 和中间方程 $\text{Max}(\text{Asset}-\text{Cost}, \text{OptionOpen})$ 会得到相同的结果。当输入自己的方程时，注意首先检查自定义期权。

当编辑自定义方程时，注意先勾选自定义期权选项。

图 4 显示了这些操作。注意到图 4 中的 23.3975 美元与图 2 中的值相吻合。末端节点公式在期末时进行计算，中间节点方程的计算发生在到期日之前，利用倒推归纳来计算。OptionOpen 代表的意思是“保持期权的开放”，经常用于中间节点方程，代表着期权还没有执行，等待着未来的执行。因此图 4 中的方程 $\text{Max}(\text{Asset}-\text{Cost}, \text{OptionOpen})$ 表示的是最大化利润的决策：现在执行期权或是等到未来的某个时期再执行。相反地，末端节点方程 $\text{Max}(\text{Asset}-\text{Cost}, 0)$ 表示的是到期日利润最大化的决策，不论是获利执行期权，还是保本或因亏损而放弃执行。

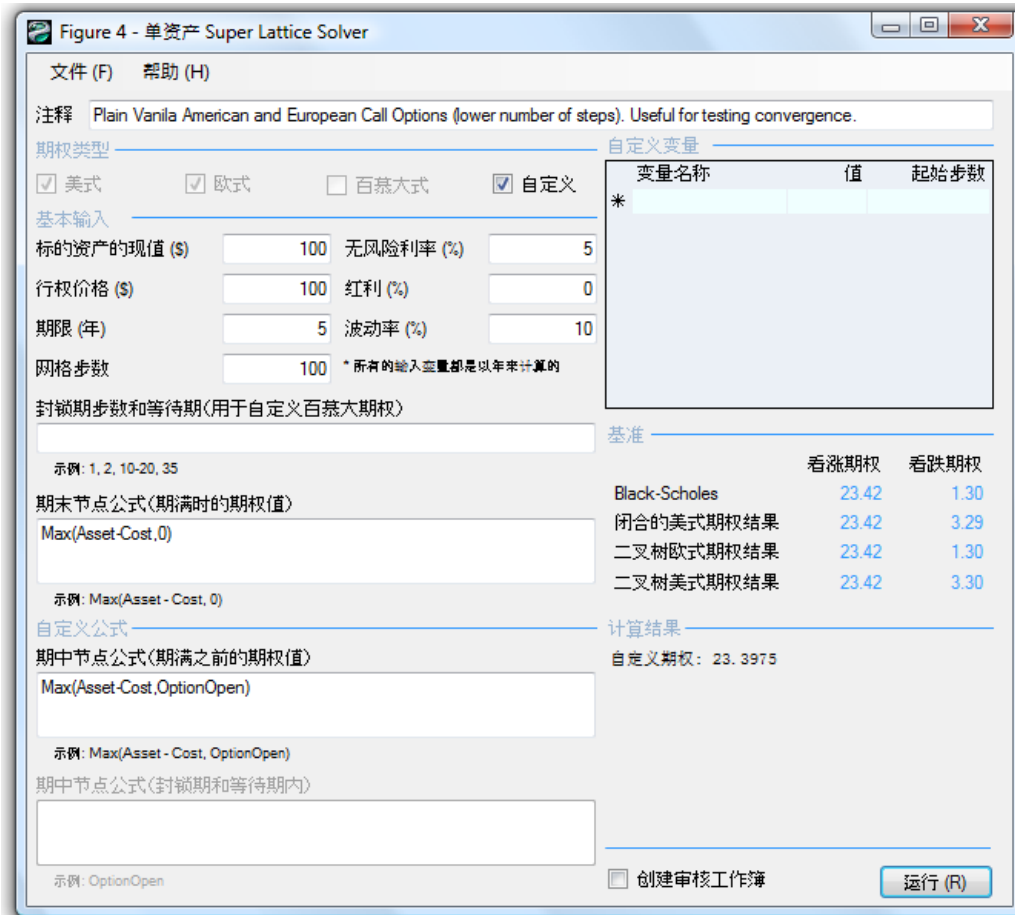


图 4: 自定义方程投入

此外，还可以通过生成审核工作簿功能在 Excel 里创建工作表来计算 10 步的二叉网格结果。例如，加载普通看涨期权 I 案例文件，勾选图 5 中的创建审核工作簿。需要注意以下几点：

- 不管输入多少步，生成的审核工作簿总会显示最开始的 10 期网格。也就是说，如果输入的是 1000 步，会生成最开始的 10 步。如果需要一个完整的网格，只要简单的在 SLS 里输入 10 步，就会生成 10 步的网格。中间计算和结果是用于高级网格，是基于输入的期数，而不是基于前面生成的 10 步网格。如果想要得到中间 10 步网格的计算，只要输入 10 步网格重新运行一次分析。通过这种方法，生成的审核工作簿会是 10 步的网格，从而对 SLS 得到的结果进行比较的（图 6）。
- 工作表只提供数值，因为它假定使用者就是输入末端节点公式和中间节点方程的人，因此实际上没有必要再在 Excel 里面重新创建这些方程。使用者可以重新导入 SLS 文件来查看这些方程如果需要的话将表格打印出来（点击文件打印）。

软件还提供了保存及打开分析文件的功能。这样软件中所有的输入变量都会被保存方便未来的再次使用。结果是不被保存的因为可能随时会删除或改变某个输入变量这样结果就是无效的了。此外，重新运行一次高级网格计算只需几秒钟的时间，所以在打开一个旧的分析文件之前重新运行模型是比较明智的做法。

还可以输入封锁期步数。它与末端或中间期数的意义不同。例如，可以输入 1000 的网格步数，输入 0-400 的封锁期步数，以及某个封闭方程（例如，OptionOpen）。这意味着在前 400 个期数，期权持有者必须 OptionOpen。再看另外一个例子，输入 1, 3, 5, 10 将这些作为封锁期的网格期数。必须计算封锁期存在时的相关网格期数。例如，如果在一个 10 年期的 10 步网格中封锁期存在于第一年和第三年，那么期数 1 和 3 就是封锁期。当分析的期权在持有期，保留期或是不可执行期时就存在很明显的封锁期数特征。雇员股票期权具有封锁和等待期，某些收缩实物期权也有某个不能行权的期间（例如，冷却期，或是观念证明期）。

如果在末端节点公式框中输入了方程并选择美式，欧式或百慕大期权，输入的末端节点公式将会成为 SLS 中使用的终端节点。但是对于中间节点，美式期权会假定同样的末端节点公式加上 OptionOpen；欧式期权会假定期权只能保持开放而不能被执行；而百慕大期权会假定在封闭网格期数中，期权只能保持开放不能被执行。如果仍然想要使用中间节点方程的话，可以事先选择自定义期权（否则就不能使用中间方程框）。自定义期权的结果会使用所有输入终端、中间以及中间封锁期的方程。

在自定义变量列表中可以增加，修改或是删除某些除基本输入以外的需求变量。例如，当计算一个放弃期权时，可以选择残值。可以在自定义变量列表中加入这个变量，输入一个名称（变量的名称必须是一个不包含空格的单词），合适的值，以及此变量开始生效的起始期数。也就是说，如果有多个残值（例如，如果残值随时间而改变），可以多次输入相同的变量名（残值），但是每次它的值都会发生变化，可以在某个残值开始生效时详细说明。例如，在一个 10 年期，100 步的 SLS 网格中存在两个残值——在头个 5 年中是\$100，在第六年开始增加到\$150——可以将两个残值变量命名为相同的名字，开始期数为 0 的\$100，以及开始期数为 51 的\$150。注意这里的第六年开始的期数是 51 而不是 61。也就是说，对于一个 10 年期，100 步 SLS 网格期权来说，期数 1-10 代表第一年；期数 11-20 代表第二年；期数 21-30 代表第三年；期数 31-40 代表第四年；期数 41-50 代表第五年；期数 51-60 代表第六年；期数 61-70 代表第七年；期数 71-80 代表第八年；期数 81-90 代表第九年；期数 91-100 代表第十年。最后将 0 作为封锁期意味着期权不能立刻被执行。

一个自定义变量的名称必须是一个连续的单词

Option Valuation Audit Sheet

Assumptions

PV Asset Value (\$)	\$100.00
Implementation Cost (\$)	\$100.00
Maturity (Years)	5.00
Risk-free Rate (%)	5.00%
Dividends (%)	0.00%
Volatility (%)	10.00%
Lattice Steps	100
Option Type	European

Intermediate Computations

Stepping Time (dt)	0.0500
Up Step Size (up)	1.0226
Down Step Size (down)	0.9779
Risk-neutral Probability	0.5504

Results

Auditing Lattice Result (10 steps)	23.19
Super Lattice Results	23.40

Terminal Equation
Intermediate Equation
Intermediate Equation (Blackouts)

Underlying Asset Lattice

										125.06	
									119.59	122.29	119.59
								114.36	116.94	114.36	114.36
							109.36	111.83	109.36	111.83	109.36
						104.57	106.94	104.57	106.94	104.57	104.57
					102.26	102.26	102.26	102.26	102.26	102.26	102.26
				100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
				97.79	97.79	97.79	97.79	97.79	97.79	97.79	97.79
				95.63	95.63	95.63	95.63	95.63	95.63	95.63	95.63
				93.51	93.51	93.51	93.51	93.51	93.51	93.51	93.51
				91.44	91.44	91.44	91.44	91.44	91.44	91.44	91.44
				89.42	89.42	89.42	89.42	89.42	89.42	89.42	89.42
				87.44	87.44	87.44	87.44	87.44	87.44	87.44	87.44
				85.51	85.51	85.51	85.51	85.51	85.51	85.51	85.51
				83.62	83.62	83.62	83.62	83.62	83.62	83.62	83.62
				81.77	81.77	81.77	81.77	81.77	81.77	81.77	81.77
				79.96	79.96	79.96	79.96	79.96	79.96	79.96	79.96

Option Valuation Lattice

												45.33										
												42.81	39.96									
												40.35	37.58	34.87								
												37.97	35.27	32.64	30.09							
												35.66	33.04	30.49	28.02	25.64						
												33.43	30.88	28.41	26.02	23.73	21.52					
												31.27	28.80	26.41	24.11	21.90	19.79	17.77				
												29.18	26.79	24.49	22.28	20.16	18.14	16.22	14.41			
												27.18	24.87	22.65	20.53	18.50	16.58	14.76	13.05	11.45		
												25.25	23.03	20.90	18.86	16.93	15.10	13.38	11.77	10.27	8.89	
												23.40	21.26	19.22	17.28	15.45	13.71	12.09	10.58	9.19	7.91	6.74

图 5: SLS 生成的审核工作表

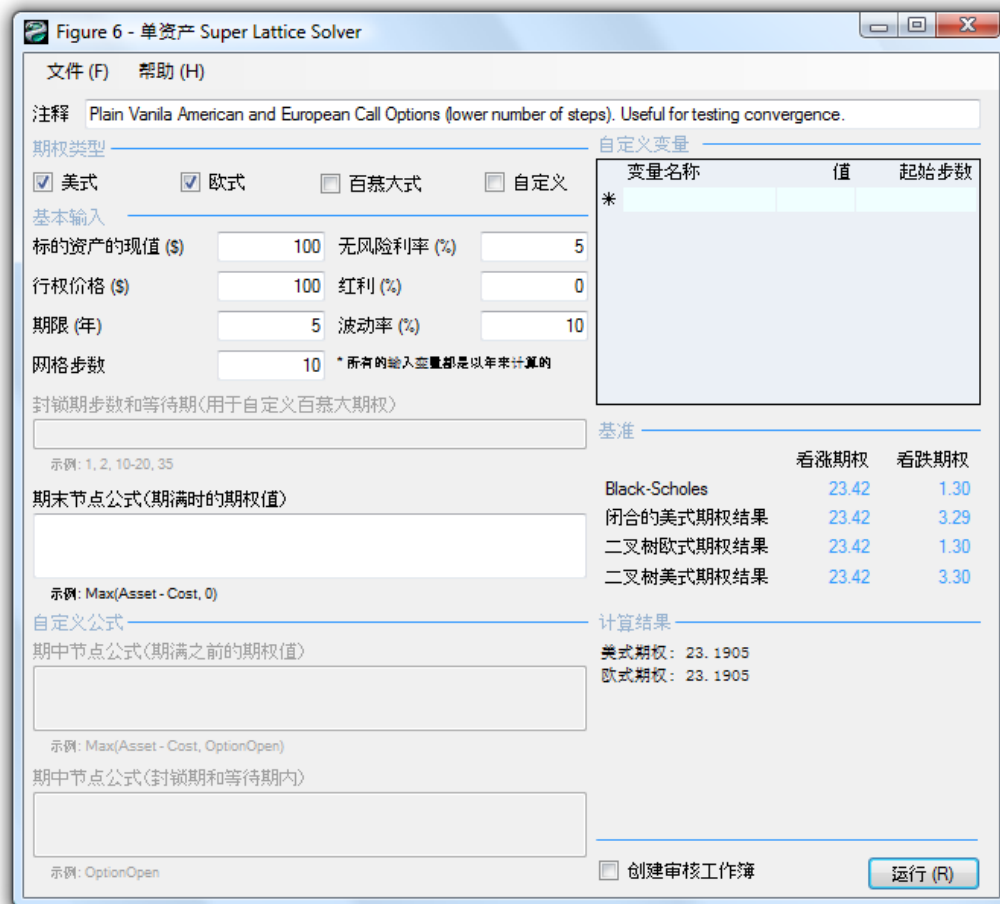


图 6: 10 期网格的 SLS 结果

多资产 SLS (MSLS)

MSLS 是对 SLS 的一种扩充，它可以用于解决多个标的资产和多个期段的期权问题。MSLS 允许使用者输入多个标的资产和多个估值网格。这些估值网格可以使用用户自定义的变量。MSLS 可以解决的一些典型类型的期权包括：

- 连续复合期权（二，三和多阶段序列期权）
- 同阶段复合期权（多元资产及多个同时发生的期权）
- 选择和转换期权（从几个期权和标的资产中选择）
- 多资产期权（3D 二项期权模型）

MSLS 软件中包含几个区域，例如期限框和注释框。期限是整个期权的整体价值，不管存在有多少个标的或评估网格。注释是个人对所建立模型的注释。与 SLS 软件类似，MSLS 也存在一个封锁期数和一个自定义变量列表。此外，MSLS 也允许用户创建审核工作表。注意用户界面的大小是可以调整的（可以通过点击并拖动窗口的右下方来拉宽它）。

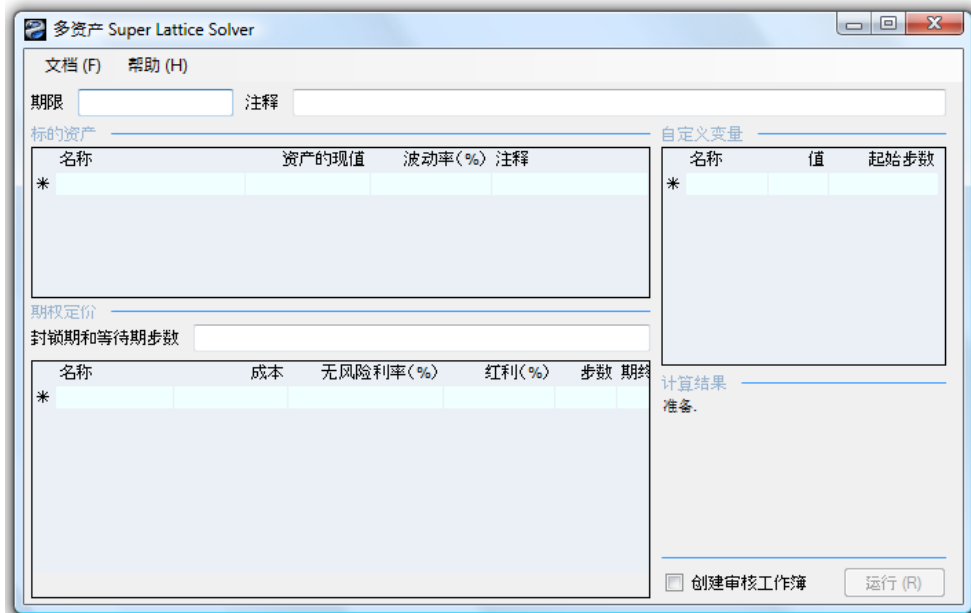


图 8: 多元 SLS

让我们通过一个简单的图示来看看 MSLS 的功能。点击开始|程序|Real Options Valuation|Real Option SLS 2010|Real Option SLS 2010。在主界面中，点击新建多资产期权模型，然后选择文件|示例|简单二期连续复合期权。图 9 中是加载之后的 MSLS 示例。在这个示例中，我们创建了一个包含双估值阶段的单一标的资产。

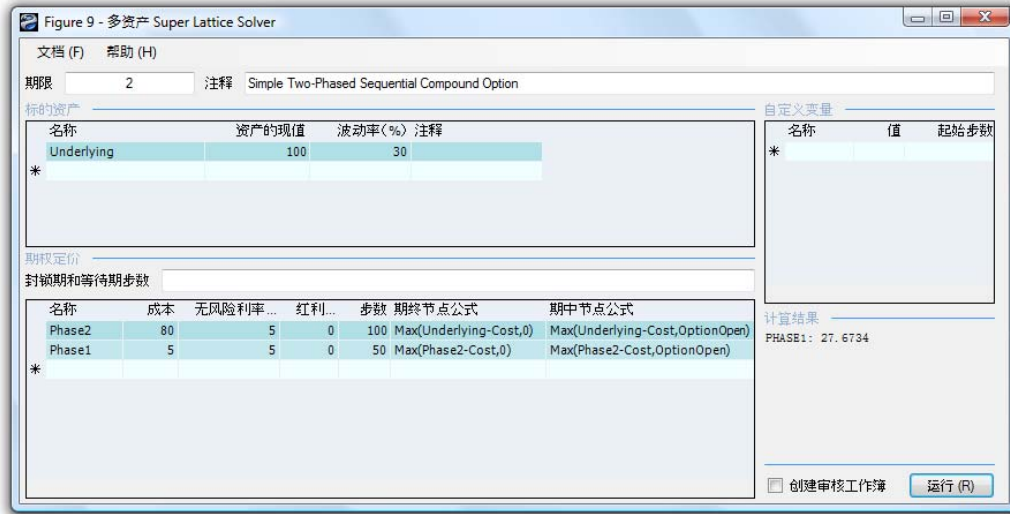


图 9: MSLS 对于两阶段连续混合期权的求解方案

图 10 是此期权的战略树形图。项目被分成两个阶段来实施——第一个阶段控制在一年内，费用是 500 万美元，第二个阶段是在第一阶段执行后的两年内，费用是 8000 万美元，这里的两个数据都是现值。项目的资产现值是 1 亿美元（因此净现值为 1500 万美元），现金流的波动率为 30%（参见波动率的附录获得相关波动率计算的知识）。利用 MSLS 计算出的战略值为 2767 万美元，意味着期权的价值为 1267 万美元。也就是说，将投资分散成两个阶段有重要的价值（精确计算的期望值为 1267 万美元）。在复合期权章节可以参考更多的案例和结果注释。

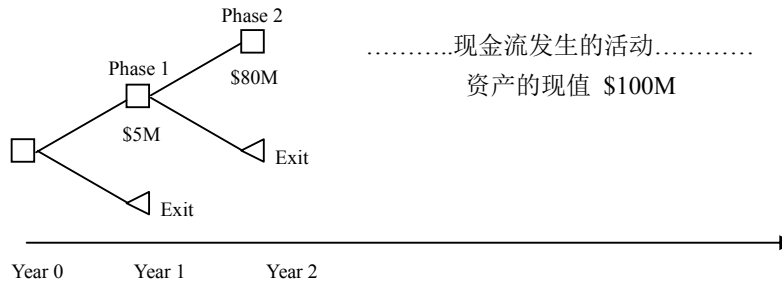


图 10: 二阶连续复合期权的战略树形图

多叉网格

多叉网格 (MNLS) 是 Real Option SLS 软件的另一个模块。MNLS 应用多叉网格——每个节点上滋生几条分支——例如三叉 (三条分支), 四叉 (四条分支), 五叉 (五条分支)。图 11 是 MNLS 模块的图示。模块里有个基本输入变量的窗口, 里面罗列了所有多叉图的基本输入变量。此外, 对于某些输入变量还有额外要求的欧式美式看涨看跌期权, 软件还提供了四个不同的模块用于四种不同类型的多叉期权的应用。继续这个例子, 在主界面中点击新建多叉期权模型, 选择文件|示例|三叉树美式看涨期权。

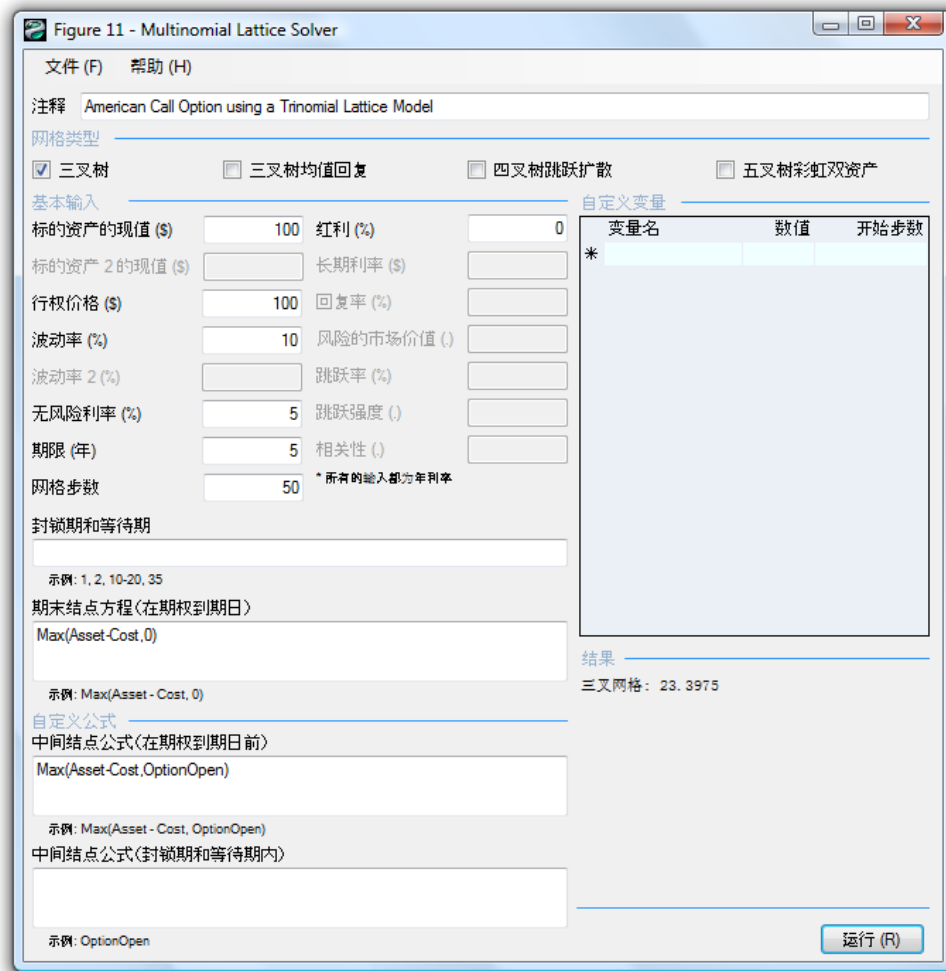


图 11: 多叉网格

图 11 是一个利用三叉网格计算看涨看跌期权的例子。注意图 11 中使用 50 步网格计算所得的结果与图 2 中使用 100 步二叉网格的结果是相同的。事实上, 三叉网格或其他多叉网格在一定的限度内会得到与二叉网格相同的结果, 但是期数越低, 达到趋同所需的时间就越短。表 1 中解释了具有某些输入假定的三叉网格如何以比二叉网格更少的步骤得到正确的期权值。因为在界限以内, 两者都可以得到相同的结果, 而三叉图在计算上更复杂, 花费的时间也更长, 所以一般情况下都偏向于使用二叉网格。但是, 只能在这种情况下使用三叉网格: 当标的资产服从均值-回复过程时。

期数	5	10	100	1,000	5,000
二叉网格	\$30.73	\$29.22	\$29.72	\$29.77	\$29.78
三叉网格	\$29.22	\$29.50	\$29.75	\$29.78	\$29.78

表 1: 二叉网格和三叉网格

按照同样的逻辑，四叉和五叉网格也可以得到与二叉图相同的结果，这些多叉网格还可以用于处理以下这些不同的限制情况：

- 三叉：与二叉的结果相同，最适合用于解决均值-回复类标的资产。
- 四叉：与二叉的结果相同，最适合用于解决标的资产为跳跃-扩散类的期权。
- 五叉：与二叉的结果相同，最适合用于解决两种标的资产共存的情况，被称为彩虹期权（例如，价格乘以数量得到总收益，但是价格和数量两者分别服从不同的标的网格，并且有自己的波动率，但是两个标的参数是相关的）。

更多详情、案例和结果分析请参考均值-回复期权，跳跃-扩散期权和彩虹期权。

SLS Lattice Maker

Lattice Maker 模块是通过在 Excel 表格中生成包含可视化公式的二叉网格和决策网格 (ExcelXP, 2003 和 2007 版本均支持这种功能)。图 12 是利用此模块生成的一个期权案例。图中显示了模块的输入变量 (可以在主界面中点击 Lattice Maker) 和生成的网格结果。注意到现有的表格包含有相互链接的函数, 也就是说可以通过手动设置仿真运行 Monte Carlo 仿真或者于其他电子表格模型相链接。这些结果还可以用作是二叉网格分析的学习工具。最后但并非最不重要的一点, 某一特殊的决策结点也可以生成一个决策网格用于指示本模块中某些期权的最佳执行时刻。此模块生成的结果与利用 SLS 和 Excel 函数生成的结果是相同的, 不同的是前者还多生成了一个可见公式的网格 (可以利用此模块生成 200 步以上的网格)。

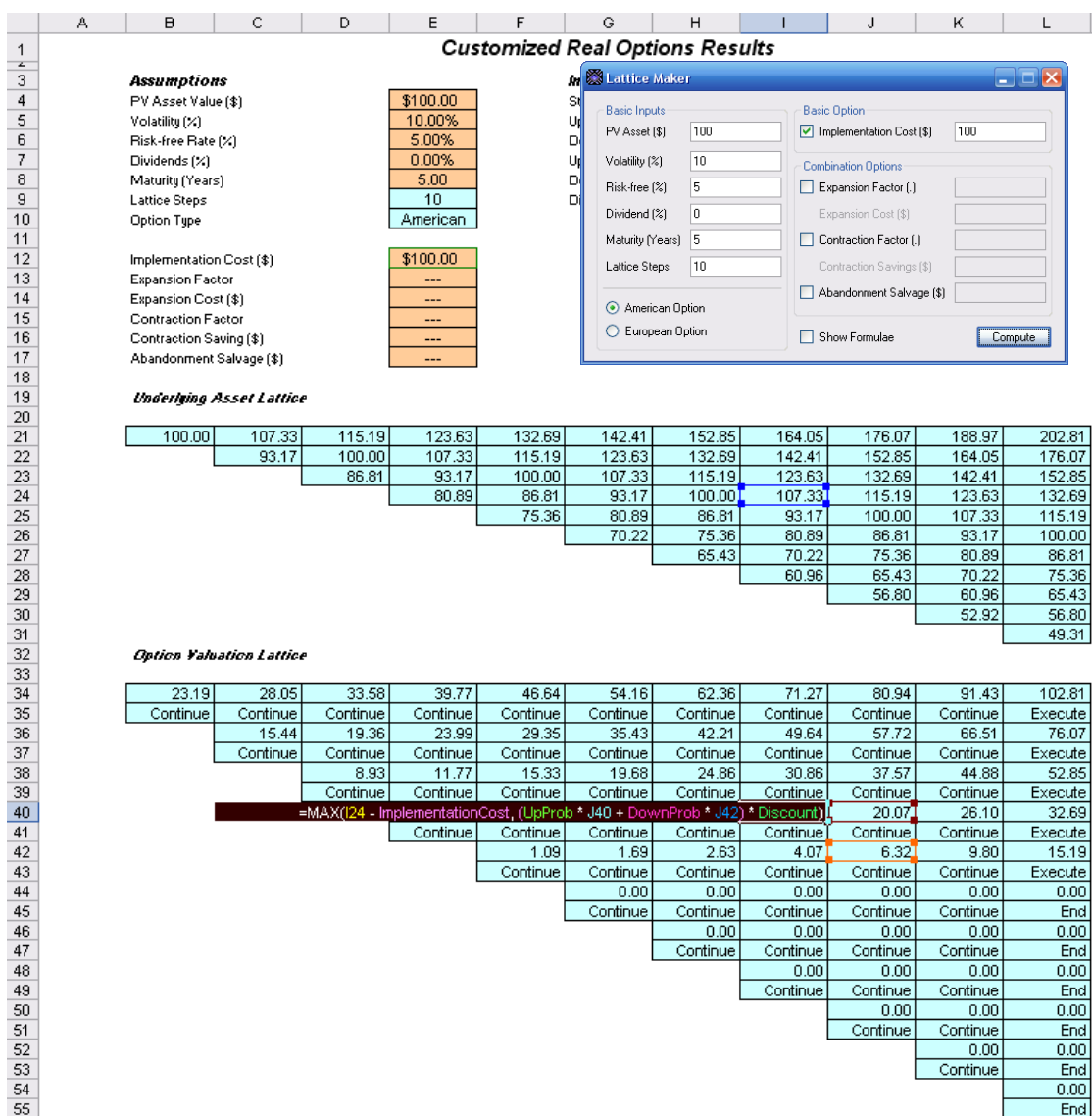


图 12: Lattice Maker 模块和可视化公式的工作表结果

SLS Excel 解决方案（Excel 中的 SLS,MSLS 和可变波动率模型）

SLS 软件还允许用户利用自定义功能在 Excel 中创建模型。该功能十分重要，因为某些模型可能需要与其他工作表或数据库链接，运行 Excel 的某些函数，或是需要模拟一些输入变量，或是在建立期权时输入变量可能会发生改变。Excel 的这种兼容性允许在 Excel 工作表的环境下进行一定程度的创新。具体来说，下面的样本工作表涉及的是 SLS,MSLS 和可变波动率模型。

为了方便读者理解，图 13 是一个利用 SLS 解决自定义放弃期权的案例（在单资产模块，点击文件|示例|自定义放弃期权）。同样的问题还可以通过点击开始|程序|Real Options Valuation|Real Option SLS 2010|Excel 解决方案来解决。图 14 中是模板的结果。注意，利用 SLS 和 SLS Excel 解决方案文件所得到的结果是相同的。用户可以根据自身的模型需要通过点击 Excel 中的文件|另存为，使用新文件。

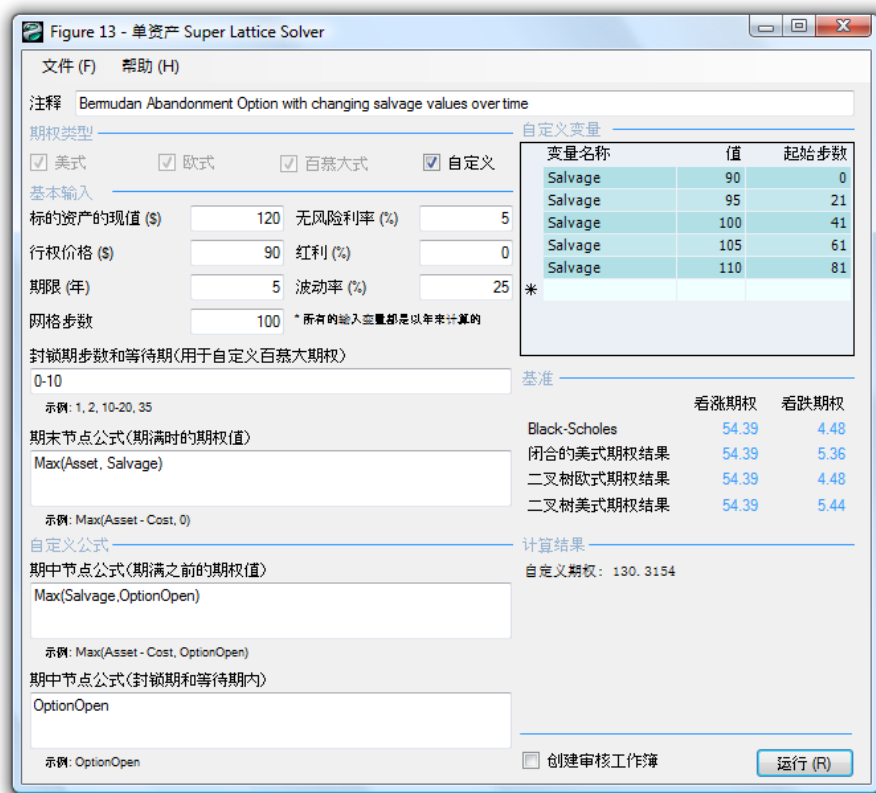


图 13: 利用 SLS 的自定义放弃期权

	A	B	C	D	E	F
1						
2		SUPER LATTICE SOLVER (SINGLE ASSET)				
3						
4	Option Type			3	Custom Variables List	
5	PV Underlying Asset			\$120.00	Variable Name	Value
6	Annualized Volatility			25.00%	Salvage	90.00
7	Maturity (Years)			5.00	Salvage	95.00
8	Implementation Cost			\$0.00	Salvage	100.00
9	Risk-Free Rate			5.00%	Salvage	105.00
10	Dividend Yield			0.00%	Salvage	110.00
11	Lattice Steps			100		
12	Terminal Equation			MAX(Asset, Salvage)		
13	Intermediate Equation			MAX(Salvage, @@)		
14	Intermediate Equation During Blackout			@@		
15	Blackout Steps			0-10		
16						
17						
18	Super Lattice Solver Result			\$130.3154		
19						
20	Note: This is the Excel version of the Super Lattice Solver, useful when running simulations or when linking to and from other spreadsheets.					
21	Use this sample spreadsheet for your models. You can simply click on File, Save As to save as a different file and start using the model.					
22	For the option type, set 0 = American, 1 = European, 2 = Bermudan, 3 = Custom					
23	The function used is: <i>SLSSingle</i>					

图 14: 利用 SLS Excel 解决方案的自定义放弃期权

两者唯一的不同之处在于在 Excel 解决方案中，功能块（图 14 中单元格 B18）有一个额外的输入变量——期权类型。如果将期权类型的值设为 0，就代表美式期权；1 代表欧式期权；2 代表百慕大期权；3 代表自定义期权。

同样地，MSLS 也可以利用 SLS Excel 解决方案来解决。图 15 中是利用 SLS Excel 解决方案来解决一个复杂的多阶连续复合期权的案例。得到的结果与利用 MSLS 模块生成的结果是相同的（示例文件夹：多阶段复杂连续复合期权）。这里有一点需要注意的是如果增加或减少期权估值网格的期数，一定要确保改变 MSLS 结果的函数链接对应正确的列数，否则可能得到不正确的计算分析。例如，如果系统默认的期权估值网格数是 3，选择电子表中的 MSLS 结果单元格，点击插入|函数，会看到 A24 到 H26 这三行的单元格链接了函数中的网格输入变量。如果增加另一个期权估值网格，要将链接变为 A24 到 H27，依此类推。还可以直接保留自定义变量。如果在自定义方程中没有用到这些变量，结果将不会受到影响。

最后，图 16 中是一个可变波动率和可变无风险利率期权。在此模块中，波动率和无风险收益率可以随时间改变，解决此种期权要用到非重合网格。在大部分案例中，我们建议用户创建一个无变化挥发期限结构的期权模型。这是因为得到一个单一的波动率已经比较困难，更不用说一系列随时间变化的波动率。如果需要模拟一系列不确定的不同波动率，最好对波动率运行一次 Monte Carlo 仿真。此模块只用于当波动率需要模拟以及波动率不确定并且随时间改变的情况下。对于可变无风险利率期权结构也推荐采用以上建议。

MULTIPLE SUPER LATTICE SOLVER (MULTIPLE ASSET & MULTIPLE PHASES)

Maturity (Years)	5.00
Blackout Steps	0-20
Correlation*	

MSLS Result \$134,0802

Underlying Asset Lattices

Lattice Name	PV Asset	Volatility
Underlying	100.00	25.00

Custom Variables

Name	Value	Starting Steps
Salvage	100.00	31
Salvage	90.00	11
Salvage	80.00	0
Contract	0.90	0
Expansion	1.50	0
Savings	20.00	0

Option Valuation Lattices

Lattice Name	Cost	Riskfree	Dividend	Steps	Terminal Equation	Intermediate Equation	Intermediate Equation for Blackout
Phase3	50.00	5.00	0.00	50	Max(Underlying*Expansion-Cost, Underlying, Salvage)	Max(Underlying*Expansion-Cost, Salvage, @@)	@@
Phase2	0.00	5.00	0.00	30	Max(Phase3, Phase3*Contract+Savings, Salvage, 0)	Max(Phase3*Contract+Savings, Salvage, @@)	@@
Phase1	0.00	5.00	0.00	10	Max(Phase2, Salvage, 0)	Max(Salvage, @@)	@@

Note: This is the Excel version of the Multiple Super Lattice Solver, useful when running simulations or when linking to and from other spreadsheets. Use this sample spreadsheet for your models. You can simply click on File, Save As to save as a different file and start using the model. *Because this is an Excel solution, the correlation function is not supported and is linked to an empty cell.

图 15: 利用 SLS Excel 解决方案的复杂连续复合期权

Changing Volatility and Risk-Free Rates

Assumptions

PV Asset (\$)	\$100.00
Implementation Cost (\$)	\$100.00
Maturity in Years (.)	10.00
Vesting in Years (.)	4.00
Dividend Rate (%)	0.00%

Results

Generalized Black-Scholes	\$48.78
10-Step Super Lattice	\$49.15
Super Lattice Steps	10 Steps <input type="button" value="v"/>

Additional Assumptions

Year	Risk-free %	Year	Volatility %
1.00	5.00%	1.00	20.00%
2.00	5.00%	2.00	20.00%
3.00	5.00%	3.00	20.00%
4.00	5.00%	4.00	20.00%
5.00	5.00%	5.00	20.00%
6.00	5.00%	6.00	30.00%
7.00	5.00%	7.00	30.00%
8.00	5.00%	8.00	30.00%
9.00	5.00%	9.00	30.00%
10.00	5.00%	10.00	30.00%

Please be aware that by applying multiple changing volatilities over time, a non-recombining lattice is required, which increases the computation time significantly. In addition, only smaller lattice steps may be computed. The function used is: SLSBinomialChangingVolatility

图 16: 可变波动率和可变无风险利率期权

SLS 函数

本软件还提供了一系列可以直接在 Excel 中使用的 SLS 函数。可以通过点击开始|程序|Real Options Valuation|Real Option SLS 2010|SLS 函数来查看这种功能。在 Excel 中，可以点击函数向导图标或是选择一个空的单元格点击插入|函数。在 Excel 的方程向导中，选择全部这一项，得到以 SLS 为前缀名的所有函数。这里会看到可以在 Excel 中使用的 SLS 函数列表。图 17 中是 Excel 方程向导。

打开 Excel 函数模块，在 Excel 函数向导中选择全部项就会得到可使用的 SLS 函数。

在开始（在 Excel 中，点击工具，宏，安全性）之前，必须首先检查的宏安全性设置，确保设置为中等安全或低安全。

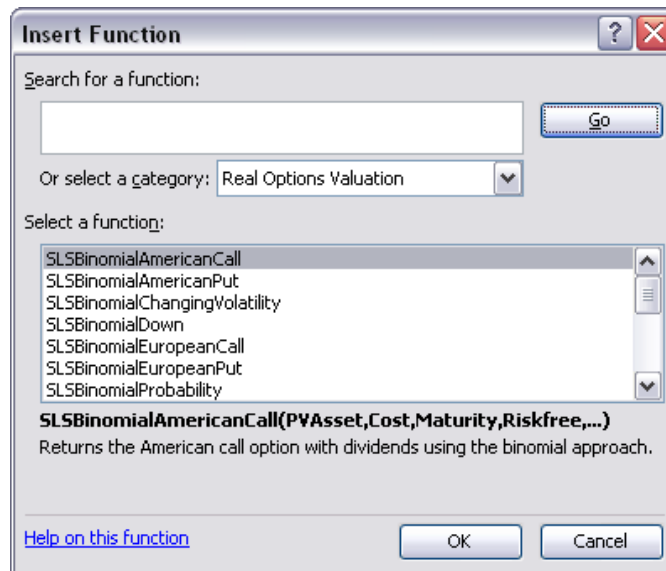
假设选择了第一个函数，SLS 二叉美式看涨点击 OK。图 17 显示了如何将函数链接到现有的 Excel 模型中。可以从其他模型或电子表中链接单元格 B1 到 B7 的值，或是利用 VBA 宏来创建这些值，或是运行模拟时改变更新这些值。

注释：注意有些函数需要多个投入变量，而 Excel 的方程向导每次只能显示 5 个变量。因此，要记住拖动垂直条来查看其他别的变量。

这里对整个软件进行了一个大概的总结和游览。现在可以准备开始使用 SLS 软件来建立和解决实物期权，金融期权和雇员股票期权等问题。我们将会在下一节介绍它们的应用。然而，我们强烈推荐您首先阅读乔森纳·文所写的《实物期权分析：工具和方法》一书，第二版，(Wiley, 2006) 以了解有关实物期权理论和应用的具体内容。

如果您是第一次使用 Real Option SLS 2010 软件或是刚从 1.0 版本升级到 2010 的话，建议您

首先花点时间阅读下一页中的一些关键注释和技巧，熟悉此软件的建模。



	A	B
1	<i>PV Asset</i>	\$100.00
2	<i>Cost</i>	\$100.00
3	<i>Maturity</i>	1
4	<i>Risk-Free</i>	5%
5	<i>Volatility</i>	25%
6	<i>Dividend</i>	0%
7	<i>Steps</i>	100
8		
9	Result	\$12.31
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		

SUM =SLSBinomialAmericanCall(B1,B2,B3,B4,B5,B6,B7)

Function Arguments

SLSBinomialAmericanCall

PVAsset B1 = 100

Cost B2 = 100

Maturity B3 = 1

Riskfree B4 = 0.05

Volatility B5 = 0.25

= 12.31130972

Returns the American call option with dividends using the binomial approach.

PVAsset

Formula result = 12.31130972

[Help on this function](#)

图 17: Excel 的方程向导

奇异金融期权评估者

奇异金融期权评估者是一个全面的包含超过 250 个函数和模型的计算器,从基本的期权到奇异期权(例如,从布莱克-斯科尔斯(Black-Scholes)模型到多叉网格模型到闭式微分方程和对奇异期权进行定价的分析性方法,还有其它与期权相关的模型例如债券期权,波动性计算, delta-gamma 对冲等等)。这个计算器显示如下图 18。你可以点击**装载样本值**按钮装载一些样本数值来开启这个计算器。然后,你可以选择模型目录(左边面板),也可以选择模型(右边面板)来运行程序,然后点击**计算**来获取结果。请注意这个计算器是对超过 800 个函数和模型的 ROV Risk Modeler 和 ROV Valuator 软件工具的补充,这些函数和模型都是由 Real Options Valuation, Inc.公司开发,这些软件可以高速地进行运算并且可以处理巨大的数据量,还可以与现有的 ODBC 合规数据库(例如, Oracle, SAP, Access, Excel, CSV 等等)兼容。最后,如果你想进入这 800 个函数(包括在期权评估者软件中的函数),请使用 ROV Modeling Toolkit 软件,在这个软件中,你可以进入并使用这些函数,还可以在你的模型中使用 ROV 的**风险模拟**软件来运行蒙特卡罗模拟仿真。

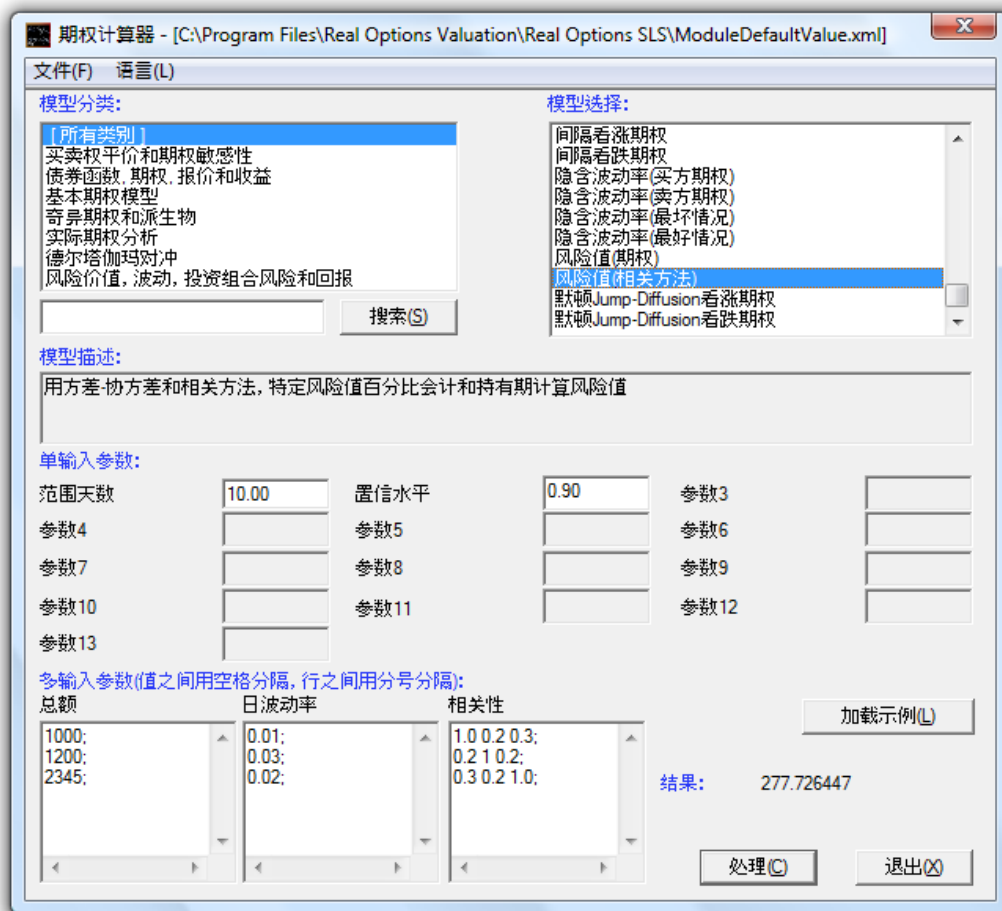


图 18 - 奇异金融期权评估者

收益图，飓风图和敏感性分析

单资产 (Single Asset SLS) 模块还包括收益图，敏感性分析表格，情景分析和收敛分析 (图 18A)。要运行这个分析，首先创建一个新的或者打开运行一个现有的模型 (例如，从第一个标签 *Options SLS*，点击 *文件*，*例子*，和选择 *Plain Vanilla Call Option 1*，然后点击 *运行* 来计算期权价值，然后点击这些标签)。为了使用这些工具，你首先需要在 *Options SLS* 中有一个模型。简单来说，以下就解释图 18A 中这些标签和如何使用他们对应的控制功能。

收益图:

收益图 标签 (A) 可以允许你生成一个典型的期权收益图，然后你可以通过选择输入变量 (B)，输入最小值和最大值 (C) 以及它的步长 (例如，设置最小值为 20，最大值为 200，步长为 10 来运行分析，这些分析值就为 20, 30, 40, ..., 180, 190, 200) 和网格步数 (步数越少，分析速度就越快，但是结果的精确度就较低，请参看以下关于网格步数收敛的详细讨论) 来生成图表。点击更新图表 (D) 就可以获得一个新的收益图 (E)。默认情况显示一个线图 (F) 但是你可以选择一个区域图或一个柱形图，你可以将生成的图表复制和粘贴到其它的应用中去或者打印出来 (G)。如果你不输入任何最小值和最大值，软件将会自动为你挑选默认的测试值，在默认的状态下标的资产现值选项被选中，典型的曲棍收益图将会显示出来。最后，如果任何一个原来的输入为 0，软件将会反馈一个提示信息，这将需要你手动输入这些最小值，最大值和步长值来生成收益图。

飓风图敏感性分析:

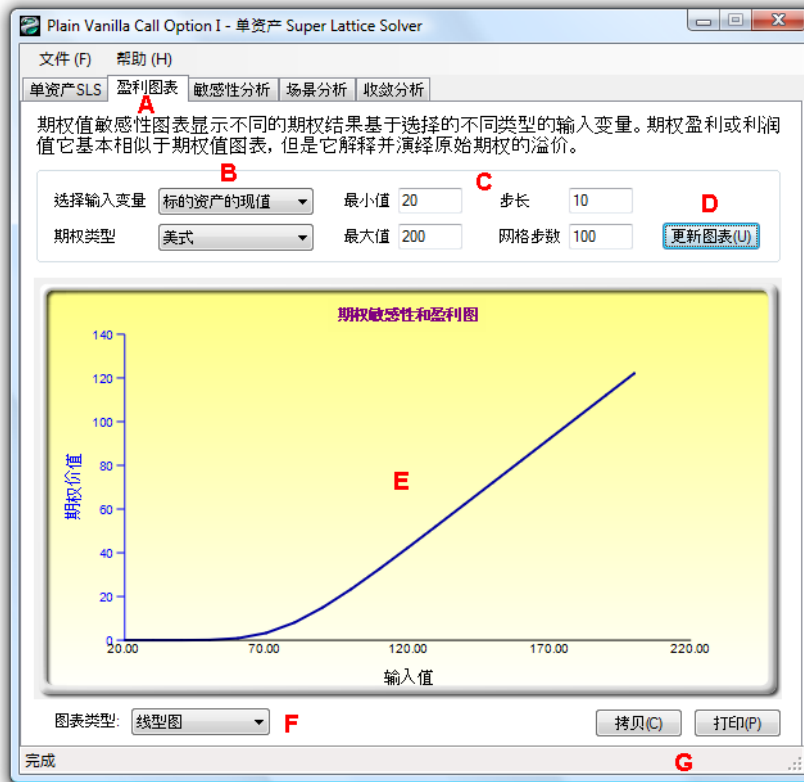
敏感性 标签 (H) 对模型中的每个输入变量运行快速的静态敏感性分析，并且按照对结果影响最大 到影响最小将输入变量列示出来。这时候你还可以控制期权类型，网格步数和敏感性百分比 (I)，结果将会以飓风图 (J) 和敏感性分析表格 (K) 的形式展示出来。飓风图分析通过自动对每个输入进行一个预设百分比的扰动来捕捉每个输入变量对期权价值的静态影响，捕捉期权价值的波动和将产生的扰动结果按照影响最大到影响最小的顺序展示出来。显示的结果包括一个敏感性表格，包括初始基准数值，被扰动输入变量的上限和下限，产生的期权价值上限和下限，以及绝对变化或者影响。飓风图通过另外图表将结果展示出来。图表中绿色的柱形条表示对期权价值正的影响，红色的柱形图表示对期权价值负的影响。例如，执行成本的红色柱形条表示投资成本对结果负的影响，换一句话说，对于一个简单的看涨期权，执行成本 (期权执行价格) 和期权价值有负相关的关系。对于标的资产现值 (股票价格) 这个输入来说刚好相反，绿色柱形条在图表的右边，表示在输入和输出之间有正相关关系。

情景分析:

情景分析 标签基于选定的期权类型和网格步数 (M) 对输入变量 (L) 运行一个二维的情景分析，并且返回一个情景分析的表格 (N)，这个表格中基于多个输入变量的组合将产生的期权价值展示出来。

网格步数收敛分析:

收敛 标签展示了步数从 5 步到 5000 步的期权结果，步数越大，精确度越高 (网格上升粒度越大)，当步数达到一定的程度，网格的结果开始收敛，一旦收敛后就不需要增加额外的步数。步数默认被设置为从 5 到 5000 步，但你可以选择期权类型和小数点位数 (O)，这时基于你的选择收敛图就展示 (Q) 出来，你可以根据需要 (P) 将图表复制或者打印出来。



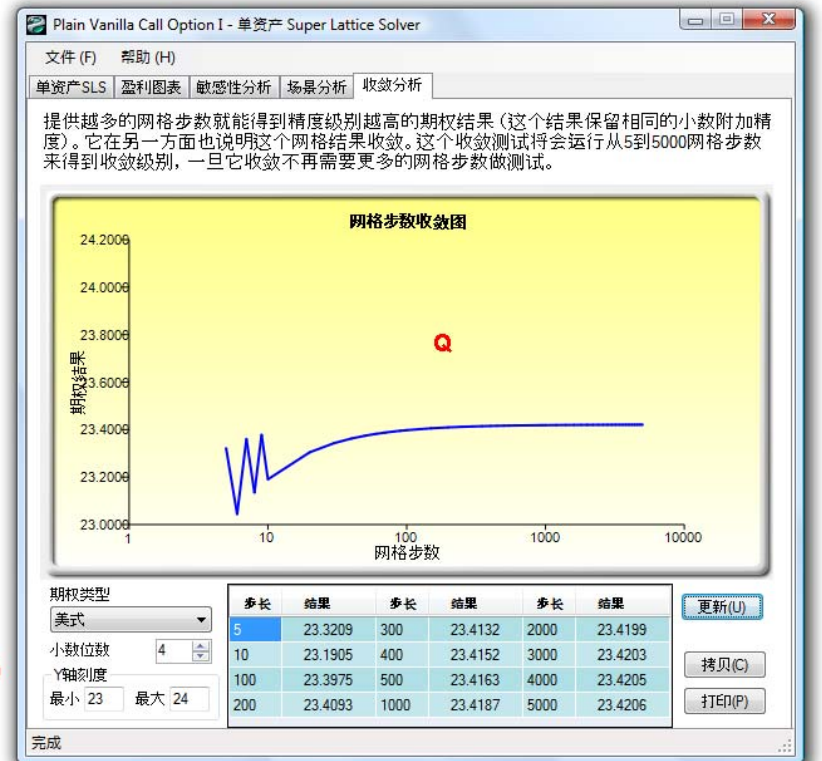


图 18A -收益图, 飓风图和敏感性分析

SLS 的重点注释和技巧

以下是使用 Real Option SLS 2010 中值得注意的一些变化和小技巧。

- 在 SLS, MSLS 和 MNLS 中可查看用户手册。例如, 打开 Real Option SLS 2010 软件, 创建一个新的或打开一个现有的 SLS, MSLS 或 MNLS 模型。然后点击帮助|用户手册。
- 可以直接在 SLS 主界面或是使用 SLS, MSLS 或 MNLS 模型时使用案例文件夹, 点击文件|案例。
- 在 SLS, MSLS 或 MNLS 可以通过点击文件|帮助来获得最新的许可信息。
- 在 SLS, MSLS 和 MNLS 中还可以通过帮助|变量列表来使用变量列表。以下是自定义方程框中允许使用的变量和操作:
 - Asset 标的资产现阶段的价值 (货币)
 - Cost 执行成本 (货币)
 - Dividend 红利值 (百分比)
 - Maturity 到期期限 (年数)
 - OptionOpen 维持期权开放的值 (在 1.0 版本中通常使用@@表示)
 - Riskfree 年无风险利率 (百分比)
 - Step 代表阶段网格期数的整数值
 - Volatility 年波动率 (百分比) [减去]
 - ! 不
 - !=, <> 不等于
 - & 和 [乘]
 - / 除
 - ^ 平方
 - | 或者
 - + 加
 - <, >, <=, >= 比较关系
 - = 相等
- **SLS 或 MSLS 中的 OptionOpen 期末结点公式。**如果 OptionOpen 指定到期末结点公式, 我们经常会得到非数据错误 (NaN) 的结果。这是一个明显的用户错误, 因为 OptionOpen 不能应用于期末结点。
- **自定义变量的非指定间隔。**如果在某个指定的时间间隔自定义变量没有赋值, 系统会自动假定其值为 0。例如, 假定存在一个 10 步的模型, 其中某个自定义变量 “myVar” 的值 5 自第六步时开始存在。这意味着自第六步之后 myVar 这个变量的值为 5。但是模型没有指定从 0 期到 5 期 myVar 的值。在这种情况下, myVar 在 0 期到 5 期的值被假定为 0。
- **与 SLS 1.0 的兼容性。**除了 SLS, MSLS, MNLS 和 Lattice Maker 模块被集中在一个主界面中, SLS 2010 与之前的版本有类似的用户界面。SLS 1.0 中创建的数据文件可以被载入到 SLS 2010 中。但是, 与前者相比, SLS 2010 拥有更多改进后的特征, 如果不作一些小修改, SLS 1.0 中创建的模型不能在 SLS 2010 上运行。以下列出了 SLS 1.0 和 SLS 2010 的一些不同之处:
 - 问题: SLS 1.0 中变量 “@@” 在 SLS 2010 中被 “OptionOpen” 代替。因此, SLS 2010 将 “@@” 识别为一个特殊变量, 并在运行之前自动将其转换为 “OptionOpen”。但是, 一个可能存在的问题就是当某个模型将 “OptionOpen” 作为一个自定义变量时可能会发生错误, 因为此时 OptionOpen 已经是一个特殊变量。

- 在自定义方程中使用高级工作表功能的模型不再适用于新版本。新版本支持的功能包括：
 - ABS, ACOS, ASIN, ATAN2, ATAN, CEILING, COS, COSH, EXP, FLOOR, LOG, MAX, MIN, REMAINDER, ROUND, SIN, SINH, SQRT, TAN, TANH, TRUNCATE, IF
- SLS 2010 中的变量除了函数名称之外。SLS 2010 不支持混合大小写的形式。所以，建议在 SLS 和 MSLS 中使用自定义变量的时候，自定义变量的名称要在格上保持一致。
- **函数 AND() 和 OR()** 在 SLS 2010 被一些特殊的符号所代替。“&” 和 “|” 分别代表 AND()和 OR()的操作。例如，“Asset>0|Cost<0” 的意思是 “OR (Asset>0, Cost<0)”。而 “Asset>0&Cost<0” 代表 “AND (Asset>0, Cost<0)”。
- **指定封锁期步数。**为了介绍封锁期的定义，让我们看下如下的例子：
 - 3 步数 3 是封锁期。
 - 3, 5 步数 3 和 5 是封锁期。
 - 3, 5-7 步数 3, 5, 6, 7 是封锁期。
 - 1, 3, 5-6 步数 1, 3, 5, 6 是封锁期。
 - 5-7 步数 5, 6, 7 是封锁期。
 - 5-10|2 步数 5, 7, 9 是封锁期。
 - 5-14|3 步数 5, 8, 11, 17 是封锁期。
 - 5-6|3 步数 5 是封锁期。
 - 5 - 6|3 步数 5 是封锁期（忽略空格）。
- **标识符。**标识符是以 a-z, A-Z, _或 \$开始的字符次序。在第一个字符之后，接下来的 a-z, A-Z, 0-9, _和\$都是有效的字符。注意空格是一个无效的字符。但是，当变量包含在大括号内{ }时，可以使用空格字符。除了函数名称之外，标识符也是敏感的。以下是有效标识符的一些例子：myVariable, MYVARIABLE, _myVariable, ___myVariable, \$myVariable（这是一个单变量）。
- **数字。**数字可以是一个整数，从 0 到 9 的任意一个或一个以上的数字。下面是整数的一些例子：0, 1, 0000, 12345。另外一种类型的数字是实数。下面是实数的一些例子：0., 3., 0.0, 0.1, 3.9, .5, .934, .3E3, 3.5E-5, 0.2E-4, 3.2E+2, 3.5e-5。
- **运算的优先等级。**在估计方程时的操作优先顺序如下所示。但如果遇到两项有完全相同的运算优先权，按照从左到右的顺序来估计。
 - () 括号拥有最高的优先权
 - |, - 否和负数，例如-3
 - ^
 - *, /
 - +, -
 - =, <>, !=, <, <=, >, >=
 - &, |
- **数学表达式。**以下是一些可以在自定义方程框中使用的方程例子。查看本手册的余下部分，推荐章节和案例文件夹来学习更多 SLS 2010 中使用的实物期权方程和函数。
 - MAX (Asset-Cost,0)
 - MAX (Asset-Cost,OptionOpen)
 - 135

第二部分：实物期权分析

美式，欧式，百慕大式和自定义放弃期权

放弃期权衡量的是在期权有效期内放弃某个项目或资产灵活性的价值。例如，假设某公司拥有一个项目或资产，并且基于传统现金流（DCF）模型，计算出资产的现值（标的资产的现值）为 1 亿 2000 万美元（对于放弃期权而言这是项目或资产的净现值）。Monte Carlo 仿真显示出此资产价值的波动率很大，估计为 25%。在这种情况下，项目成败的不确定性也很大（计算的波动率包含了不同种类的不确定性来源，并在现金流模型的风险计算中包含了价格不确定性，成功的概率，竞争，资源的调拨等），项目的价值可能高于或低于期望值 1 亿 2000 万美元。假设找到了一个对手愿意创建一个放弃期权，并签了一个 5 年期（到期日）的合约，现在基于某些资金方面的原因，公司可以在 5 年内的任何时间（美式期权的特征）以 9000 万元的价值将该资产或项目卖给对手。对手同意以 3000 万元的折扣签署了合约。

简单地讲就是这家公司为自己购买了一份 9000 万元的保险。也就是说，如果资产或项目的价值超过了它的现值，公司就可以决定继续投资这个项目，或是在市场上以公允价值出售。相反的，如果资产或项目的价值降低到低于 9000 万元，公司就有权执行期权以 9000 万元的价格将其卖给对手。换句话说，也就是公司建立了一张安全网来防止资产的价值降到这个残值水平之下。那么，这张安全网或保险的价值是多少呢？如果对手不知道答案而自己知道的话，那在谈判中就会拥有一种竞争优势。进一步假定来自美国财政部的 5 年期美国无风险国债（零息债券）利率为 5%。图 19 中显示美式放弃期权结果值为 1 亿 2548 万美元，暗示着除去资产现阶段的现值 1 亿 2000 万，期权的价值为 548 万。因此，人们愿意为此期权支付的平均值为 548 万。这个预期值衡量的是资产值连续超过 9000 万的概率与没有超过概率的比较。同时，它还指出了在 548 万的预期值下放弃期权的最佳执行时间。

我们再做一些尝试性的更改。将残值变为 3000 万元（这意味着资产有 9000 万元的折旧），得到期权的价值为 1 亿 2000 万或是 0。这个结果说明这个期权或合约是没有价值的，因为安全性太低，不会被采用。反之，将残值设置为资产现值的三倍，也就是 3 亿 6000 万元，得到的期权价值也是 3 亿 6000 万元，说明期权没有价值，等待和拥有这个期权是没有价值的，如果现在有人愿意出三倍的价格购买这个项目，当然会立刻执行这个期权卖掉资产。总结来说，可以变化残值知道期权的价值消失，因为这意味着已达到了最佳触发值。例如，如果输入的残值为 1 亿 6680 万元，放弃期权分析收益值为 1 亿 6680 万元，也就是说在这个价格之上，最佳的选择就是立刻卖掉这个资产。在低的残值情况下，期权有价值，如果残值较高，期权就失去价值了。这个无亏损残值点就是最佳触发值。一旦此资产的市场价格超过这个值，最佳选择就是放弃。最后，加入红利率，抛弃资产前的等待成本（例如，持有资产不卖出所需支付的税收和维修费，用资产现值的百分比来衡量）会降低期权的价值。因此，可以通过选择更高的红利水平来计算无亏损触发点，即期权无效时的价值。这个无亏损点又反过来说明了触发值（最佳情况立刻执行期权），但这次有涉及到红利收益。也就是说，如果期权的持有成本，或泄漏值太高，也就是等待成本太高，那就不要犹豫，要立刻执行期权。

关于放弃期权的其它一些应用包括合同中的产品返销租赁（保证一定的资产价值）；资产保存流动性；保险政策；推出项目，出售项目的知识产权；某种获得物的购买价格等等。以下是关于放弃期权的更多案例，便于读者理解（以及一些案例学习）：

- 一家飞机制造商在一级市场上以 3000 万美元的价格向各大航空公司出售某种机型的飞机。航空公司一般是风险规避型的，在经济，需求，价格竞争和燃料成本等不确定的情况下，很难作出是否增加一架飞机的决策。当解决了不确定性的问题后，飞机运输者必须考虑重新分配他在全球的飞机资产，否则一架放在停机坪上的飞机成本是非常昂贵的。航空公司可以二级市场上出售过剩的飞机，那里充斥着小的航

空运营商愿意购买二手飞机。但是价格的不确定性很高，波动率也很大，可能达到 45%，此种类型的飞机价格可能在 1000 万美元和 2500 万美元的范围内波动。飞机制造商可以通过提供一种回购协议或放弃期权来降低航空公司的风险，在未来 5 年内的任意时间里，制造商同意应航空公司的请求以约定的 2000 万元残值价格回购此飞机。五年内同时期的无风险利率是 5%。这就降低了航空公司的下行风险，砍掉了价格波动分布的左尾部分，使整体期望值右移。这个放弃期权降低了航空公司的风险，同时也增加了价值。在 SLS 中使用 100 期的二叉网格应用放弃期权，这个期权的价值为 352 万。如果航空公司是一个聪明的对手，早就计算好了这个数值，然后在交易中免费得到了这个回购协议，飞机制造商在谈判桌上就损失了 10% 的飞机价值。从此案例中，我们可以看到信息和知识具有的高价值。

- 一家高科技的硬盘制造商正在考虑收购一家小的刚成立的公司，这家小公司拥有一项可能引起行业革命的微型硬盘技术（一种更快速更高容量的硬件驱动）。这家公司现在开出的价格是 5000 万，这个数值是基于某些第三方价值评估公司公允价值分析得到的贴现现金流值。这家制造商可以选择自己开发这项技术，或是通过收购这家公司来获得这项技术。问题在于，这家公司对制造商来说价值为多少，5000 万是否是一个合理的价格？基于制造商的内部分析，这种微驱动器的贴现现金流值为 4500 万，现金流波动率为 40%，这项技术成功进入市场还需要三年的时间。假定这三年的无风险利率为 5%。此外，如果制造商自己开发这种硬盘的成本为 4500 万。如果运用贴现现金流模型来分析，制造商应该自己来开发这项技术。但是，如果在分析中加入放弃期权，即此种微型硬盘无法正常工作情况出现时，公司仍然有可以在市场上出售的丰厚的知识产权（专利和技术所有权），以及物质资产（建筑和生产设备），价值接近 4000 万。期权价值加上贴现现金流后为 5183 万，这样收购这个公司比自己内部开发这种技术的收益更大，5000 万是一个值得的价格。

图 19 是之前讨论过的一个 10 期网格放弃期权的结果，而图 20 是从这个分析中生成的一份审核表。

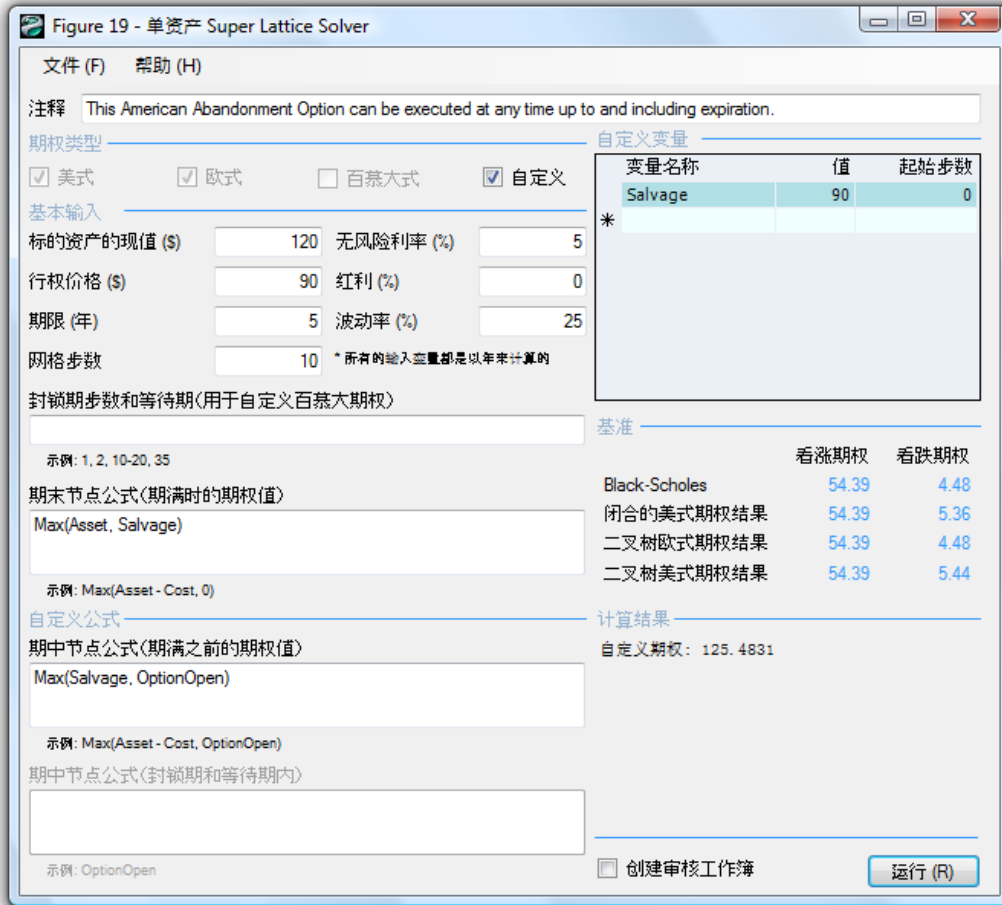


图 19: 简单的美式放弃期权

(124.5054 与 125.4582)。此处使用的案例文件夹是：美式放弃期权和欧式放弃期权。例如，在之前例子中的飞机制造商既可以选择一个可以应飞机客户的要求在任意时间内执行的回购协议，或是只能在五年后的某一特殊日期执行的回购协议——很明显前者美式期权的价值大于后者欧式期权。

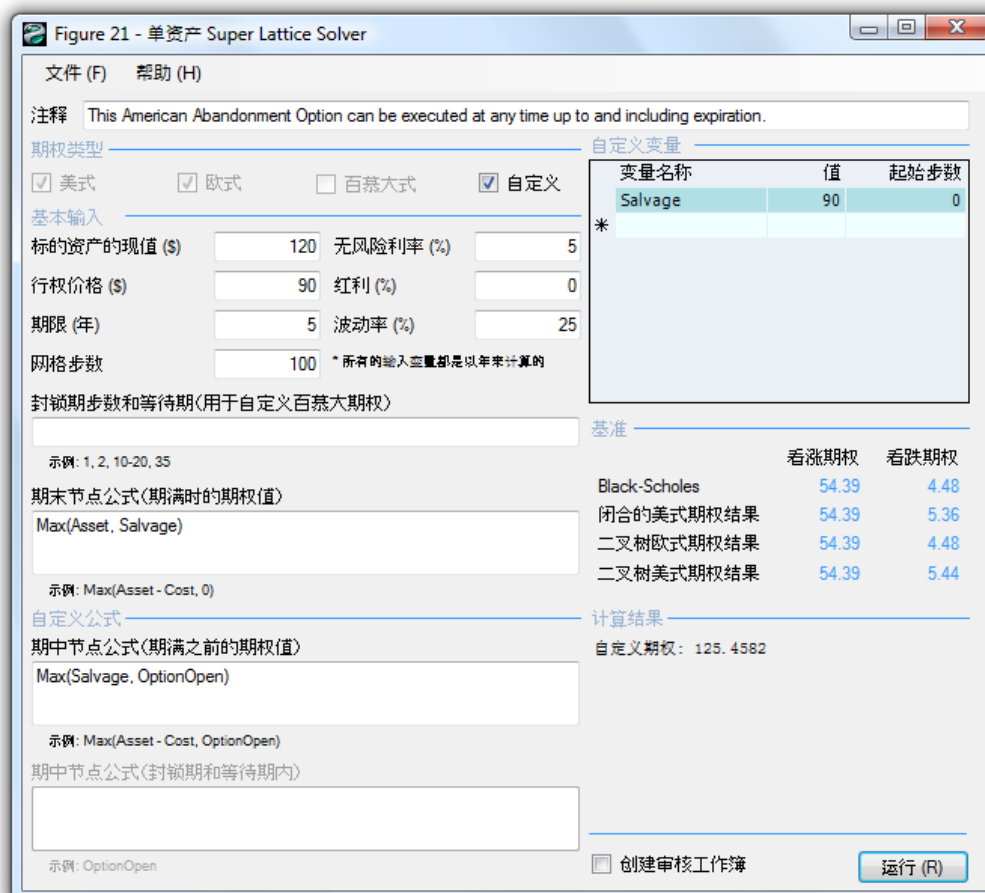


图 21: 100 期网格的美式放弃期权

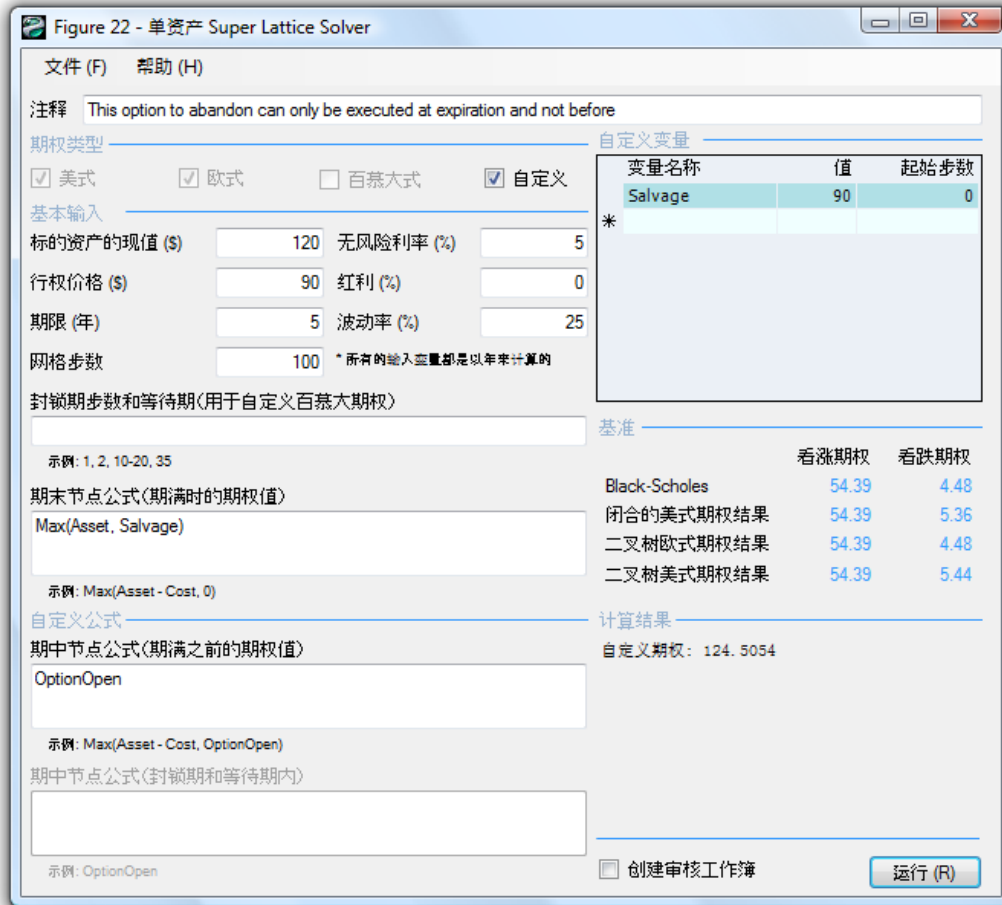


图 22: 100 期网格的欧式放弃期权

有时候，当可能存在一个不能执行期权的等待期或封锁期时，可能更加适合使用百慕大期权。例如，如果合同中约定，对于 5 年期的放弃回购协议，飞机购买者在头 2.5 年内不能执行放弃期权。这可以用图 23 中的 5 年 100 期网格的百慕大期权表示，其中 0-50 期是等待期。这意味着在前 50 步（包括现在或是 0 步），不能执行期权。这点可以通过在中间方程的封锁期和等待期插入 `OptionOpen` 来实现。这样可以强制期权持有者在保留期内维持期权的开放，防止在等待期内执行期权。

在图 23 中，可以看出美式期权的价值多于百慕大期权，而百慕大期权大于欧式期权，基于每类期权的执行期早晚和执行可能性的频率。

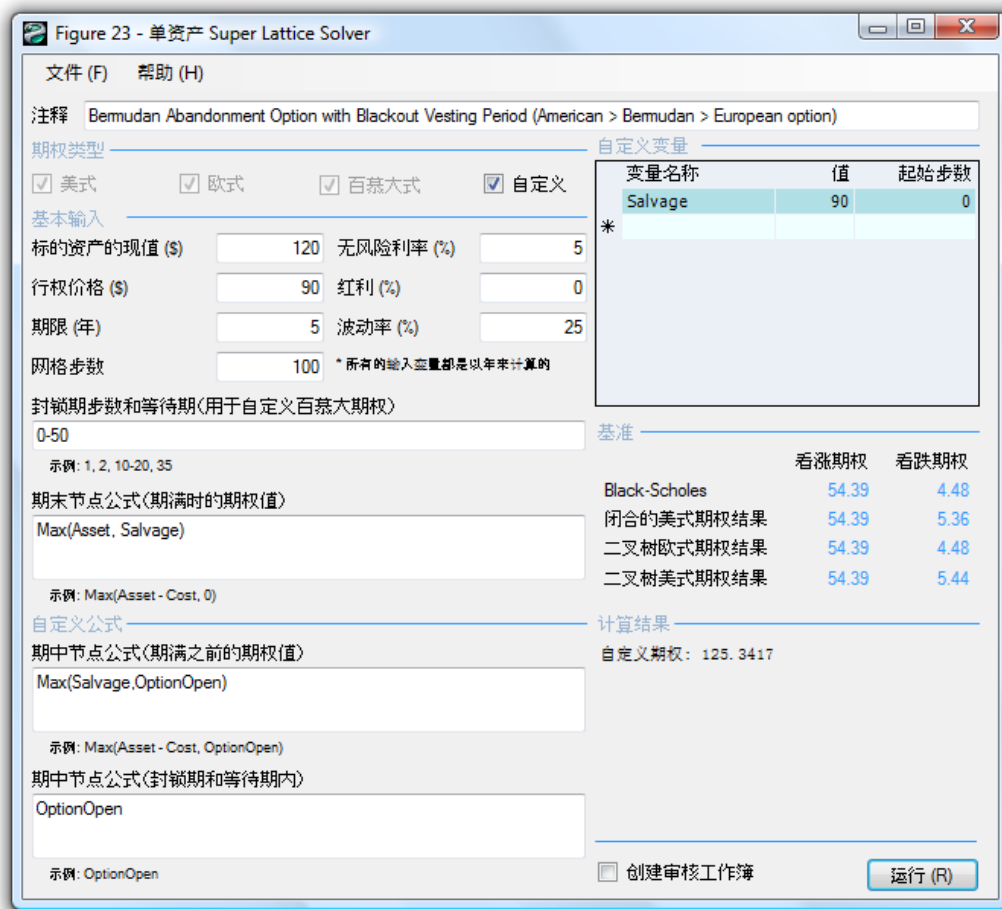


图 23: 100 步网格的百慕大放弃期权

有时，放弃期权的残值随时间的推移会有所变化。举个例子来说明，在之前的收购新公司的例子中，随着研究和开发活动的开展，知识产权的价值很可能随时间增加，这样也就改变了残值。图 24 中给出了一个例子，这个 5 年期的放弃期权有五个残值。这个可以通过使用自定义变量来模拟。输入变量名称，值和开始期数，每次点击输入在图 24 的自定义变量列表里面添加变量。注意到每次使用的变量名称（残值）都是相同的，但是它的值是随时间变化的，起始期数代表的是这些不同值开始生效的时间。例如，残值 90 美元在 0 步和下一个残值 95 美元生效的 21 步之间是有效的。也就是对于一个 100 步网格的 5 年期期权来说，第一年包含现阶段（0 步到 20 步）的残值为 90 美元，第二年（21 步到 40 步）增加到 95 美元，依此类推。注意随着公司知识产权价值随着时间而增加，期权的估值也同样增加了，这符合逻辑上的意义。还可以将前 6 个月设置为封锁期（在封闭区域输入 0-10 步）。封锁期对于放弃期权来说是一种典型的收缩责任，意味着在某一特定时期内，期权不能被执行（冷却期）。

注意可以利用键盘上的 TAB 键从变量名这一栏转换到变量值这一栏，继续按就转换到了开始期这一栏。但是，记住要点击键盘上的 ENTER 键才能插入变量，或是创建新列来输入新变量。

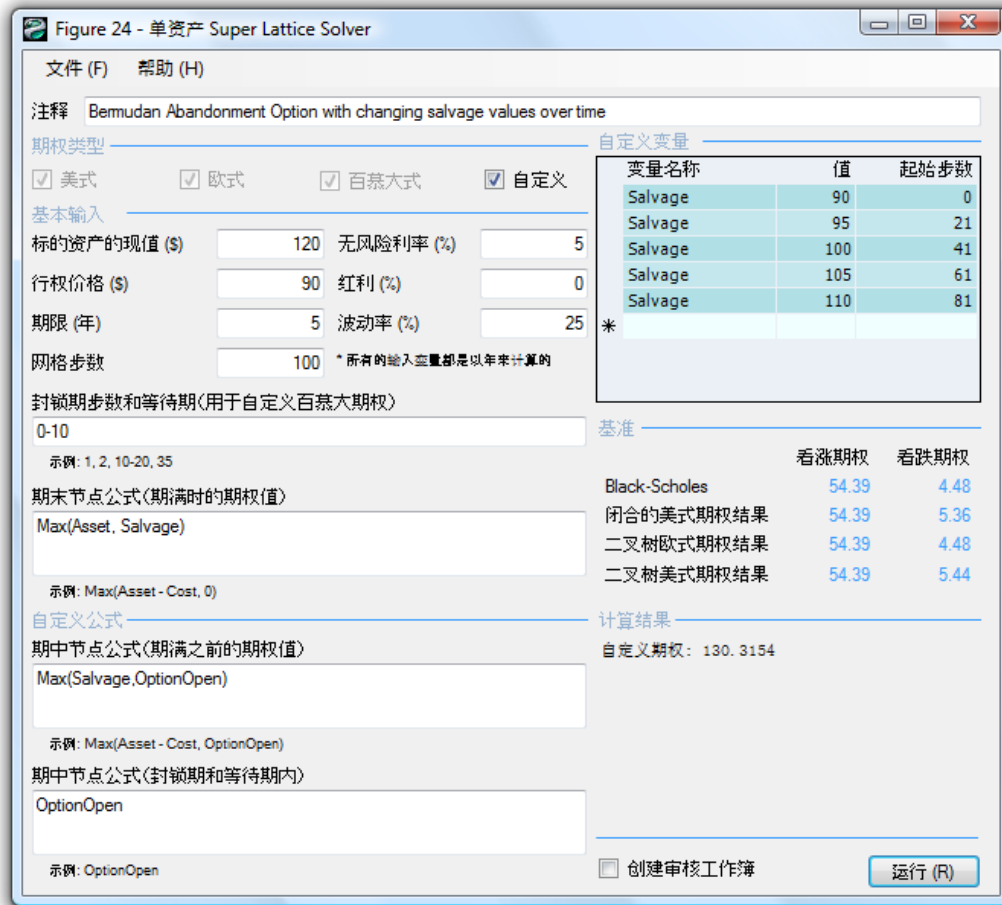


图 24: 自定义放弃期权

美式，欧式，百慕大和自定义收缩期权

收缩期权衡量的是当情况发生变化时可以减少产出或是收缩项目规模的价值，通过收缩因子来降低资产或项目的价值，但是同时也创造出了一些成本节省。举个例子，假设你正为一家大型的航空制造公司工作，这家公司准备开发一种全新的远程超音速喷气式飞机系列，但是对于其技术性能以及市场需求都有很多不确定性。所以公司决定通过采用战略期权为自己规避风险，即一种能在未来 5 年内的任何时间收缩公司 10% 的制造设备的期权（即收缩因子为 0.9）。

假设根据未来现金流模型（即以合适的调整市场风险后的贴现率将未来现金流贴现到现值），发现公司当前经营机制的未来收益的静态价值是 10 亿美元（资产现值）。应用 Monte Carlo 仿真法，可以计算出项目未来现金流的对数收益的隐含波动率是 30%。未来 5 年的无风险利率（5 年期的美国零息债券）是 5%。

进一步假设公司拥有这样一份期权：即在未来 5 年内的任何时间，公司都可以将规模收缩 10%，收缩后公司可以节省出 5 亿美元的附加价值。这可以通过与其中的一个买主签订收缩合同来完成。这个买主同意接手过剩的生产力和厂房。与此同时，该公司也可以减少其现有劳动力以获得该水平的节省（以现值形式）。

结果显示出这个项目的战略价值是 10 亿 171 万（使用图 25 中的 10 步网格），其中 10 亿是净现值，171 万是来自收缩期权的额外价值。这个结果的计算是通过：现在收缩后得到的价值是 10 亿的 90%+5 亿，即 95 亿，这个值少于维持业务，不收缩，得到 10 亿美元的价值。因此，最佳的决策就是不立刻收缩，而是将这个权力保留到未来。因此，通过将 10 亿美元与可以收缩的 10 亿零 171 万美元的最佳决策相比较，可以得出收缩期权的价值为 171 万美元。这个是公司愿意为获得此期权（收缩费和支付给买主报酬）支付的最大值了。

相反的，如果节省值变为 2 亿美元，那么项目的战略值就变为 11 亿，也就是起始值为 10 亿，收缩 10% 后为 9 亿，2 亿是节省的，加起来的总值为 11 亿美元。因此，额外的期权价值为 0 美元，这意味着最佳的选择就是立刻执行期权，因为期权是没有价值的，所以等待收缩也是没有价值的。所以现在执行的价值是 11 亿美元，相比较这个战略项目的价值也是 11 亿美元；不存在附加期权价值，应该立刻执行收缩期权。也就是说，与其让买主等待，公司宁可现在就执行收缩期权获得节省值。

其它的一些应用包括通过少量的投入来维持项目的进行，但是保留当情况改进的时候恢复的权利；在兼并和收购时一些管理人员离开创造出的附加价值；减小一个生产设备的规模和范围；降低生产率以及合资或联盟等等。

为了便于读者的理解，以下还有一些关于收缩期权的案例（跟前面一样，我们也为一部分学习者提供了一些额外的练习）：

- 一家大型的石油天然气公司正着手开发一个深海钻探平台，这可能要耗资上亿元。运行未来现金流模型分析后得出未来 10 年内这个海上钻机经济寿命的净现值为 5 亿元。未来 10 年的无风险利率为 5%，利用历史油价计算出项目的年波动率是 45%。如果前景非常成功（油价很高，生产率升高），那么公司就会继续它的运转。相反，如果事情的前景并不那么看好（油价降低或保持温和，生产率也是一般），这种情况之下公司放弃这个业务是非常困难的（在净收入还是为正的情况下，为什么丢掉所有的东西呢，尽管收益不如预期那么高，还要考虑到将一个石油钻井平台丢弃到中海所带来的环境和法律分歧）。因此，这家石油公司决定通过一份美式收缩期权为自己避险。这家石油公司可以寻找另一家有兴趣合资的小的石油天然气公司（以前在其他探险中的合作伙伴）。这个合作的内容就是这家石油公司为一个 10 年期的合约现在给这个小公司的一次性的权利，合约里规定，任何时刻，在石油

公司的要求下，小公司必须接管海上钻井平台的所有业务（接管所有的业务也意味着承担所有相关的费用），并保留生成净收益的 30%。小公司同意的原意是他不必分担第一位安装钻井平台时所需的上亿美元的费用，而且他可以因为这个假定的下降趋势风险合同预先获得一笔现金。石油公司同意的原因是当油价低，生产率达不到平均水平时这个合约可以降低自身的风险，它还可以节省 7500 万现值的企业总管理费用，这些钱可以被重新分配投资到其他一些地方。在本例中，利用 100 期网格 SLS 所计算出的收缩期权的价值为 1424 万美元。这意味着支付给小公司的最大金额不能超过这个数值。当然期权分析家也可以在净现值的基础上更加深入地分析真正的节省。例如，如果期权在前 5 年内被执行的话，节省值为 7500 万美元，但是如果是在后 5 年内被执行的话，节省值仅为 5000 万美元。此时调整后的期权价值为 1057 万美元。

- 一家制造公司有意将其中国儿童玩具的制作业务外包给中国的一个省份。通过采取这种方式，在玩具的经济寿命期内，公司可以节省 2000 万美元现值。但是，在国际间外包这种业务会存在较低的质量控制，延迟运输，额外运输成本，以及对当地商业惯例不熟所带来的风险。另外，这家公司只会在中国公司的手工质量达到他们所要求的严格的质量标准的情况下才会考虑外包。这个玩具流水线的净现值为 1 亿美元，波动率为 25%。公司高层决定在中国选择一家小型的制造公司，并购买一份收缩期权，花费一定的资源来进行一个小规模的实验（以次降低质量、知识、进出口等带来的问题）。如果成功的话，这家公司会将净收入的 20% 支付给这家中国制造商作为他们服务的报酬，还加上一些启动资金。问题在于，这份期权合约的价值是多少，也就是，这家公司为了最初的启动资金以及试验证明阶段的成本应该愿意支付多少资金？利用 SLS 计算出的这份收缩期权估值结果为 159 万美元，假定未来一年试验期的无风险利率为 5%。所以，只要总体的测试成本少于 159 万美元，那么就值得购买这个齐全，尤其如果它意味着可能可以节省 2000 万美元的资金。

图 25 中是一个简单的 10 步收缩期权，图 26 中是同样的一个 100 期网格收缩期权（此处使用的案例文件夹是欧式和美式收缩期权）。图 27 中是个 5 年期的百慕大收缩期权，前 4 年属于保留期（第 0 步到第 80 步为保留等待期，100 步网格）在最初 4 年，期权持有者要保持期权开放，不能执行期权（应用的案例文件夹是百慕大收缩期权）。图 28 中是一个存在保留期的收缩期权，图中还显示了收缩前后的节约值（使用的案例文件夹是自定义收缩期权）。这些结果是航空制造业的一些例子。

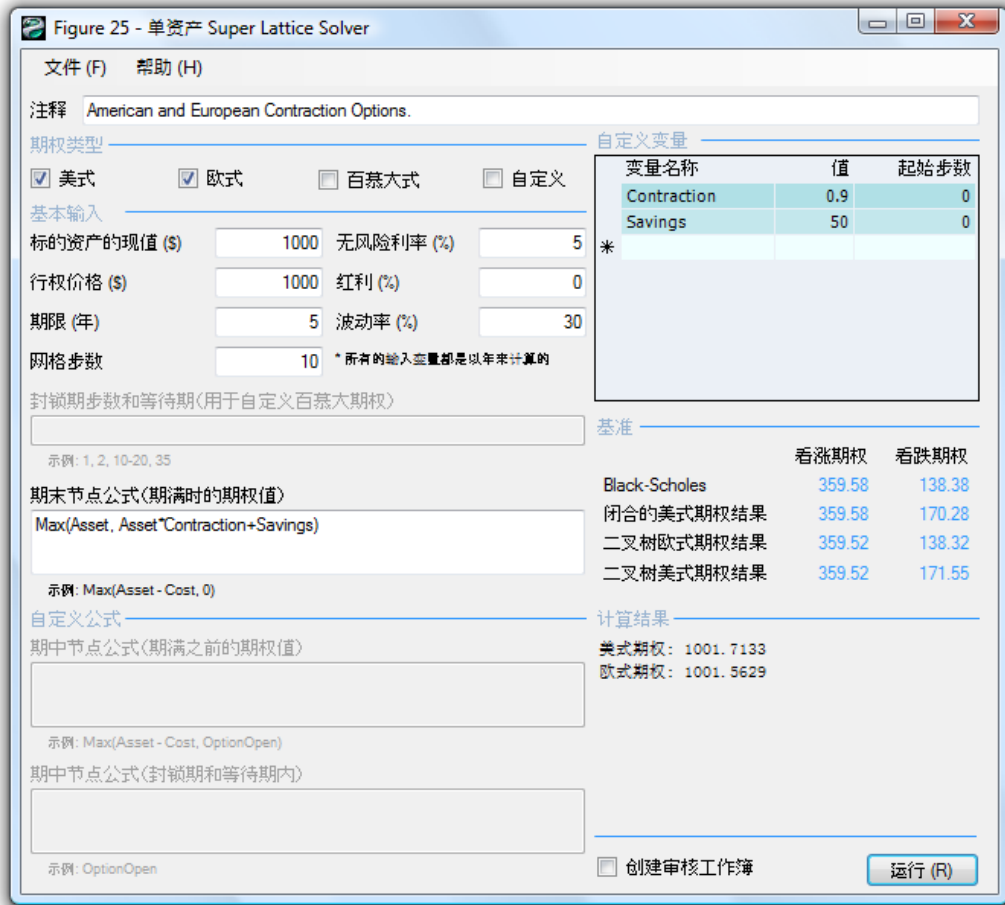


图 25: 一个简单的 10 期网格美式和欧式收缩期权

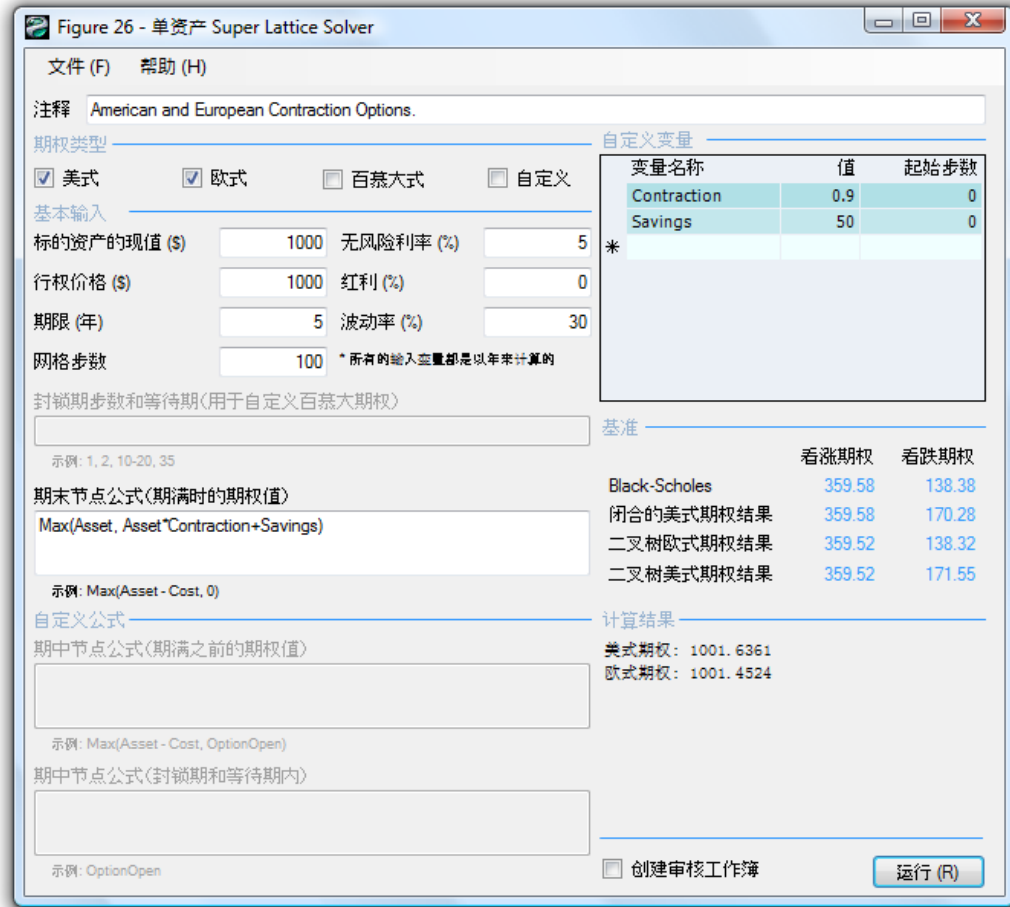


图 26: 100 期网格美式和欧式收缩期权

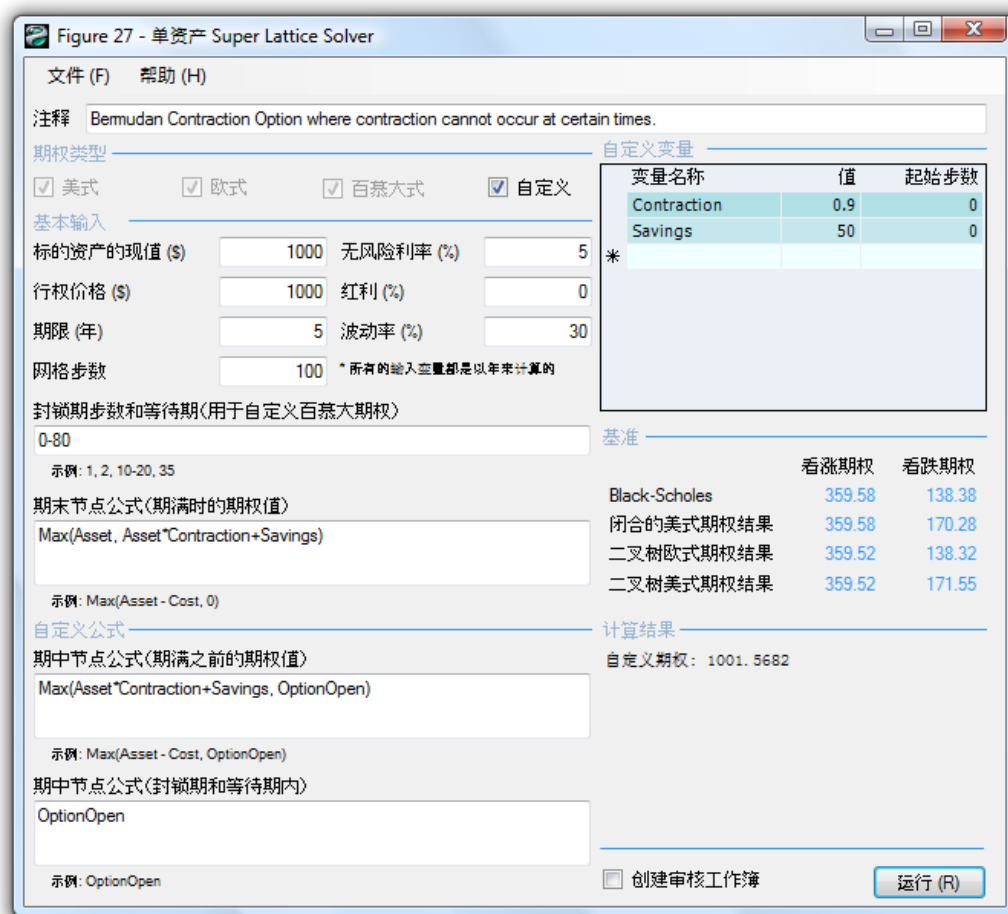


图 27: 存在保留等待期的百慕大收缩期权

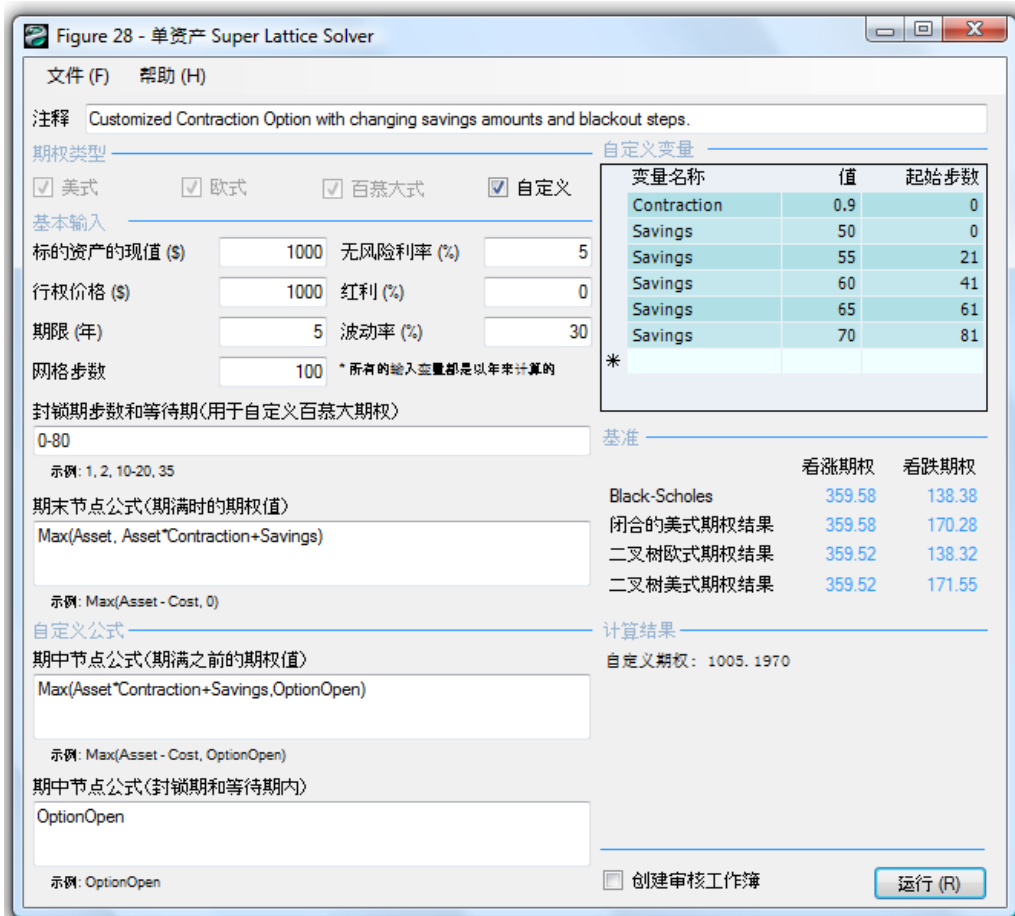


图 28: 节约值可变的自定义收缩期权

美式、欧式、百慕大和自定义扩展期权

扩展期权衡量的是从现存状态扩张到一个更大的状况。因此，现存状态或条件是使用扩展期权的前提条件。也就是说必须有一个用于扩张的基线条件。如果不存在基线条件的话，那么简单的执行期权（利用简单的看涨期权来计算）可能更加适用，问题在于现在执行项目还是延期执行。

假设有一个正处于发展阶段的公司，在使用贴现现金流模型（即以一个合适的市场风险调整后的贴现率对未来的收益贴现得到的价值）的情况下，其未来利润的静态价值是 400 百万美元。同时，根据 Monte Carlo 仿真法计算出该项目未来现金流的对数收益率的隐含波动率是 35%。未来 5 年的无风险资产（5 年期无息美国国库券）的收益率为 7%。

进一步假设该公司有这样一个扩展期权，即在未来五年（期限）内的任何时间以 250 百万美元（执行成本）的价格收购其竞争对手，从而达到将公司规模扩大一倍的目的。那么考虑到这个扩展期权，公司的总价值又是多少？图 29 告诉我们这个战略项目的价值是 6 亿 3873 万美元（使用 10 期网格），这意味着这个扩展期权的价值是 8873 万美元。这个结果是这么得来的：立即执行的净现值是 $400M \times 2 - 250M = 550M$ ，那么 $638.73M - 550M = 88.73M$ ，也就是延迟执行扩展期权这种权力的价值。此例中使用的就是美式和欧式扩展期权案例文件夹。

现在将红利率提高 2%，注意此时美式和欧式扩展期权都没有价值了，但是因为美式扩展期权可以提前执行的优势，故它比欧式扩展期权的价值高（图 30）。红利率暗示着等待扩张和延迟不执行的成本，不执行期权的机会成本，持有期权的成本很高，相应的延迟执行的效力就降低了。进一步将红利率提高到 4.9%，可以看到二叉网络的自定义期权的价值变为 550 美元，（静态的，扩张后的某一特定时刻），就是说此时期权已经没有价值了（图 31）。这个结果意味着如果资产价值比例所显示的等待成本（以红利率衡量）太高时，要立刻执行，不要浪费时间延迟扩张的决策！当然如果波动性的重要足以抵消等待的成本就可以推翻这个结论。也就是说，即使等待成本很高，但如果不确定性很大，也是值得等待的。

关于此期权的其它应用例子也很多！为了进一步解释，再举几个关于收缩期权的小例子（像以前一样，我们还提供了一些简单的练习）：

- 假设一家制药公司想要开发一种新型的可以直接吸入并且可以直接被血液吸收的胰岛素。一个新颖值得赞许的想法。想象一下这对于糖尿病患者来说意味着什么，不用再忍受痛苦和频繁的注射。问题在于，这种新型的胰岛素需要一种全新的研发，如果市场的不确定性，竞争，药物研发和美国食品及药物管理局的支持力度比较大，可能首先会开发一种可以直接吸收的胰岛素药品。可吸收的版本是可吸入版本的必要先驱。制药公司可以选择或是冒险直接投入可吸入版本的研发，或是购买一个延迟期权，先等待观察可吸收版本的效果。如果先驱是有效的，那么公司就会决定继续扩展到可吸入版本的研发。这家公司应该愿意为这个额外的先驱试验支付多少费用，在何种情况下应该直接投资可吸入版本的研发呢？假设中介先驱研发的净收益现值为 1 亿美元，但是在两年内的任意时刻，可以投入额外的 5000 万美元在先驱的基础上进一步研发可吸入版本，这会带来三倍于净现值的回报。然而，再通过对技术成功风险和市场不确定性（竞争威胁，销售，价格期限）的模拟之后，计算出现金流的对数收益率的隐含波动率是 35%。假定未来 2 年的无风险利率为 5%。利用 SLS 分析结果为 25495 万美元，这意味着减去现在立刻执行的 25000 万美元，得到等待延迟执行期权的价值为 495 万美元。在经过几次试验之后，发现红利收益率为 1.34%时是无亏损点。这意味着如果等待的成本（因为针对小的市场而不是大的市场所带来的销售净收益的损失，以及因为延

迟而损失的市场份额) 超过 134 万/年, 那么等待不是最佳的选择, 制药公司应该立刻就进行可吸入版本的研究。每年回报上带来的损失不足以覆盖其风险。

- 一家大型的石油天然气公司正在研究一个深海探测和钻探项目。这个平台可以带来的预期净现值为 10 亿美元。同时这个项目也存在一定的风险 (油价和生产率都是不确定的), 计算出年波动率为 55%。公司考虑购买一份扩展期权, 花费另外的 1000 万美元来建造一个更大的但现阶段不需要的平台, 如果油价上升或是生产率很低的情况下, 公司就可以执行这个扩展期权利用扩展的钻孔生产更多的石油高价出售, 带来的额外成本为 5000 万买元, 将净现值增加了 20%。这个平台的经济寿命是 10 年, 这个期限内的无风险利率为 5%。这个更大型的平台有价值吗? 利用 SLS 计算出 100 期网格的期权价值为 2712 万美元。因此, 1000 万美元的期权成本是值得的。但是, 如果年红利率超过 0.75%或是 750 万/年, 这个扩展期权就不值钱了——这是由于等待和不钻孔所带来的年净收益的损失, 用基准净现值的百分比表示。

图 32 是一个存在某个保留等待期的百慕大扩展期权, 图 33 是一个考虑可变扩展因子的自定义扩展期权。当然还存在其他种类的自定义期权, 包括改变扩展的成本等。

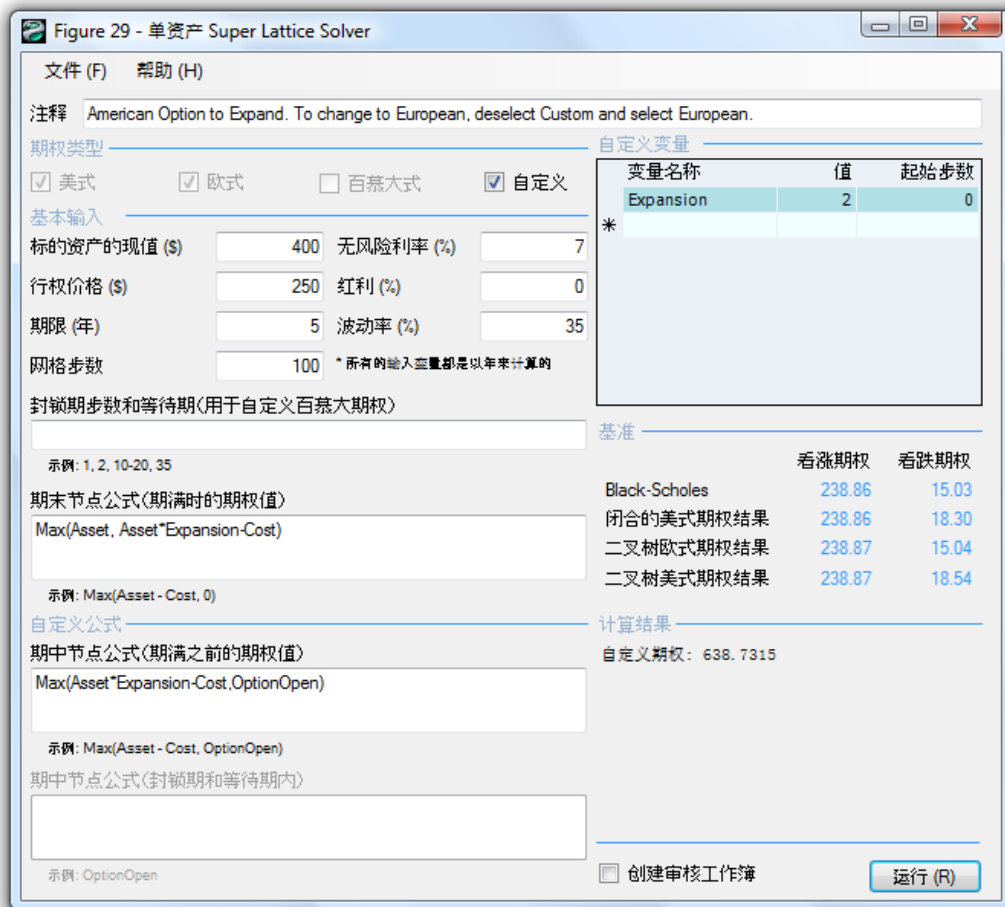


图 29: 100 期网格的美式和欧式扩展期权

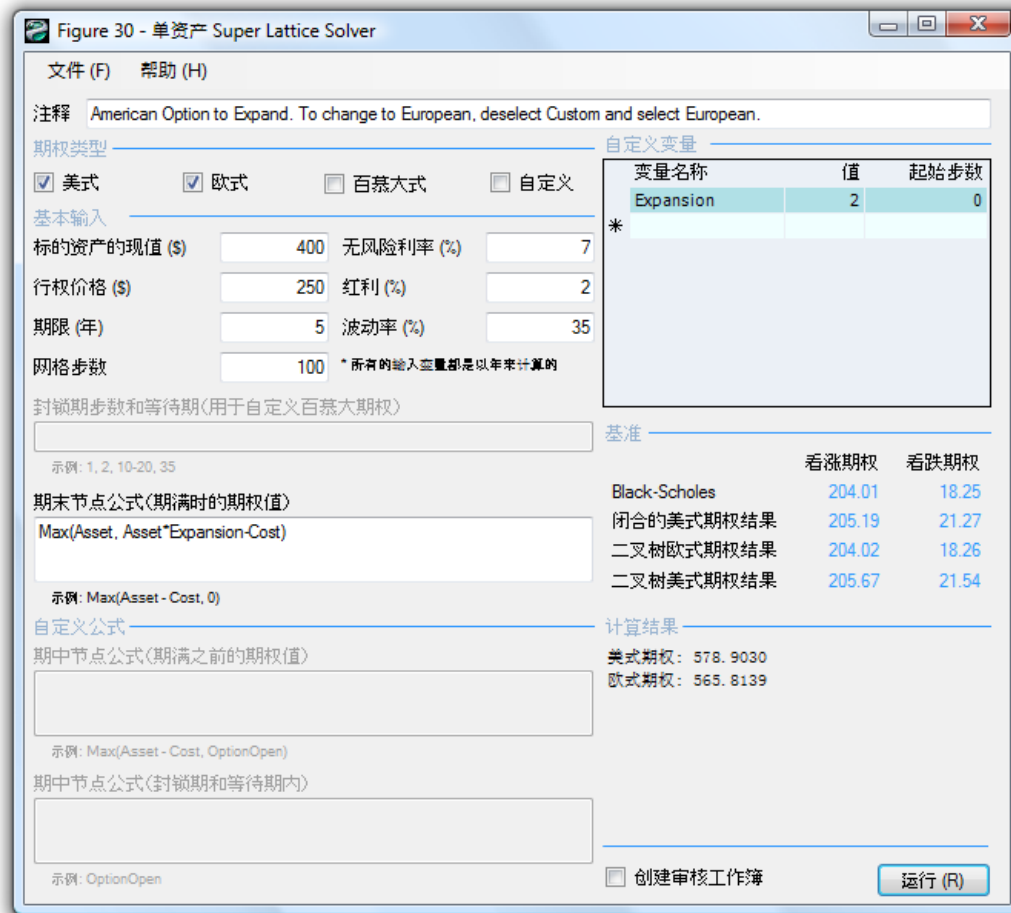


图 30: 有红利率的美式和欧式扩展期权

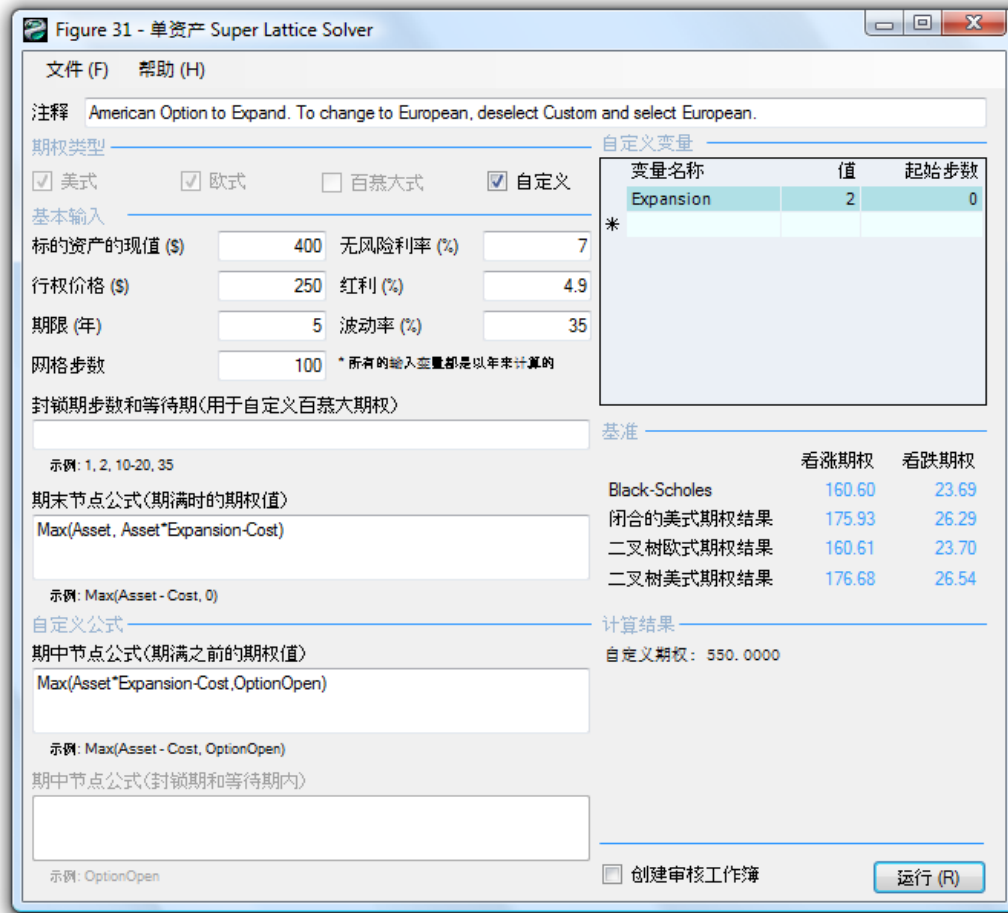


图 31: 红利率最佳触发值

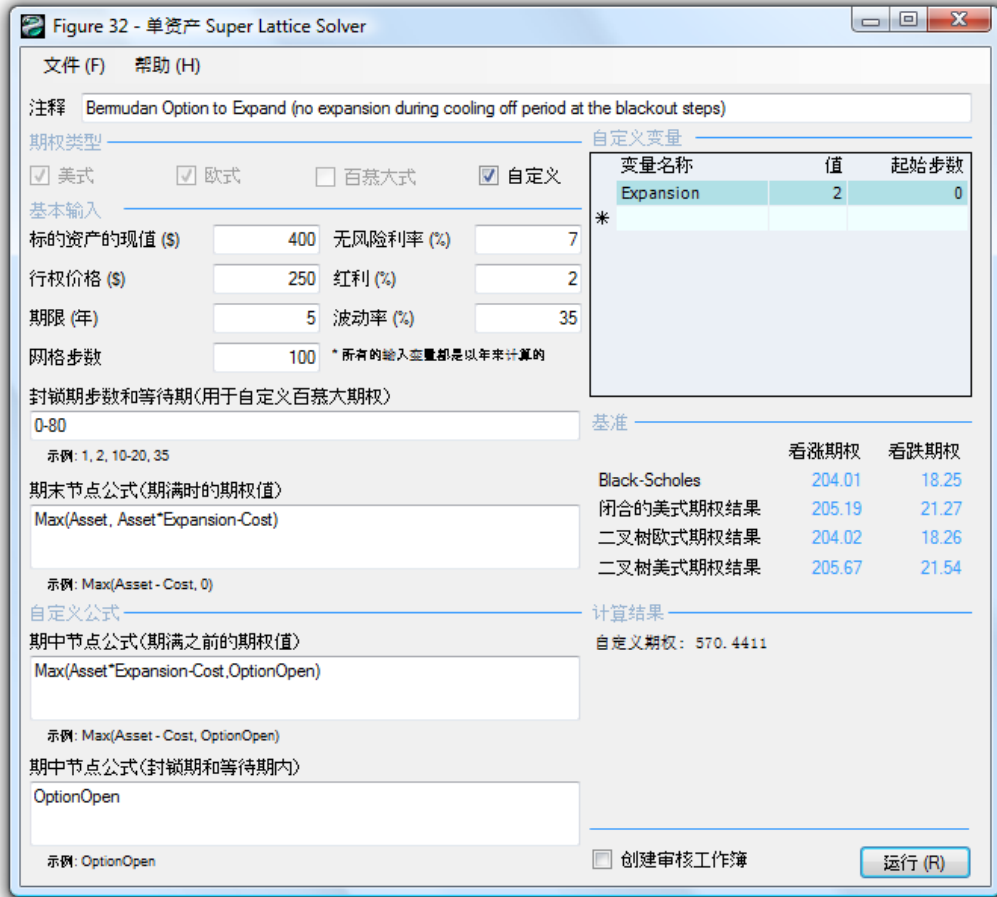


图 32: 百慕大扩展期权

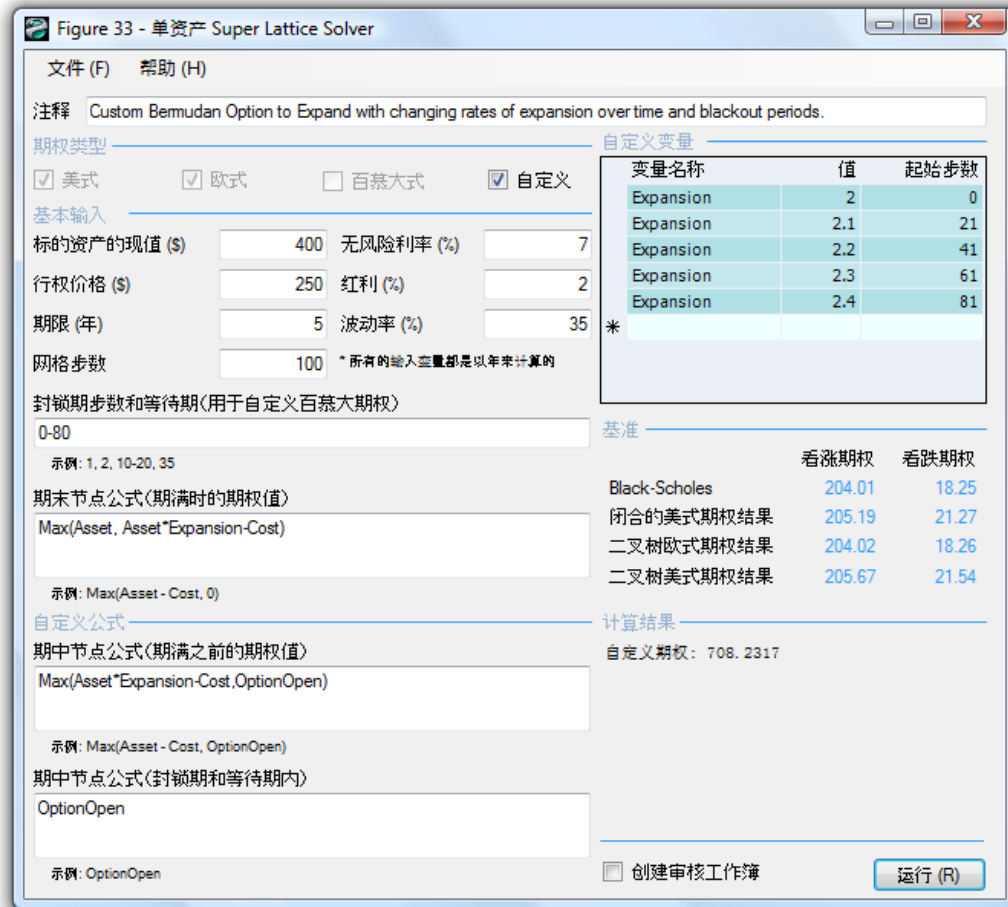


图 33: 自定义扩展期权

收缩、扩展和放弃期权

当某公司的一个项目面临在收缩，扩展和放弃期权这三种竞争和相互排斥的不同期限的期权之间进行选择。注意到这几种期权之间是相互排斥的。也就是说，不能同时执行扩展、收缩和放弃这三种期权的任意组合。一次只能执行一种期权。对于相互排斥的期权，使用图 34 中的一个简单的模型来计算期权价值（使用的案例文件夹是：扩展收缩放弃美式和欧式期权）。但是，如果期权之间不是相互独立的，那就要分别在不同的模型中计算它们的值，然后加总得到整个战略的价值。

变量名称	值	起始步数
Expansion	1.3	0
ExpandCost	25	0
Contraction	0.9	0
ContractSavings	25	0
Salvage	100	0

基准	看涨期权	看跌期权
Black-Scholes	26.00	3.88
闭合的美式期权结果	26.00	6.41
二叉树欧式期权结果	26.00	3.88
二叉树美式期权结果	26.00	6.44

计算结果
美式期权: 117.4220
欧式期权: 116.3954

图 34: 美式，欧式和自定义扩展，收缩和放弃期权

图 35 是拥有同样的参数值但是有一定的封锁期的百慕大期权（使用的案例文件夹：扩展收缩放弃百慕大期权），图 36（使用的案例文件夹：扩展收缩放弃自定义期权 1）是一个更复杂的自定义期权，在封锁期的早期阶段，扩展期权还不存在（可能技术的发展还不够成熟以至在早期阶段不能扩展到某种抽资脱离技术）。此外，在到期日之前的后封闭阶段，收缩和放弃期权就不存在了（可能此时的技术提供了抽资脱离的机会）等等。最后，图 37 适用与图 36 同样的案例，但是允许输入变量（残值）随时间改变，这便于解释放弃的时间点不同，项目、资产或公司的价值会增加（使用的案例文件夹：扩展收缩放弃自定义期权 2）。

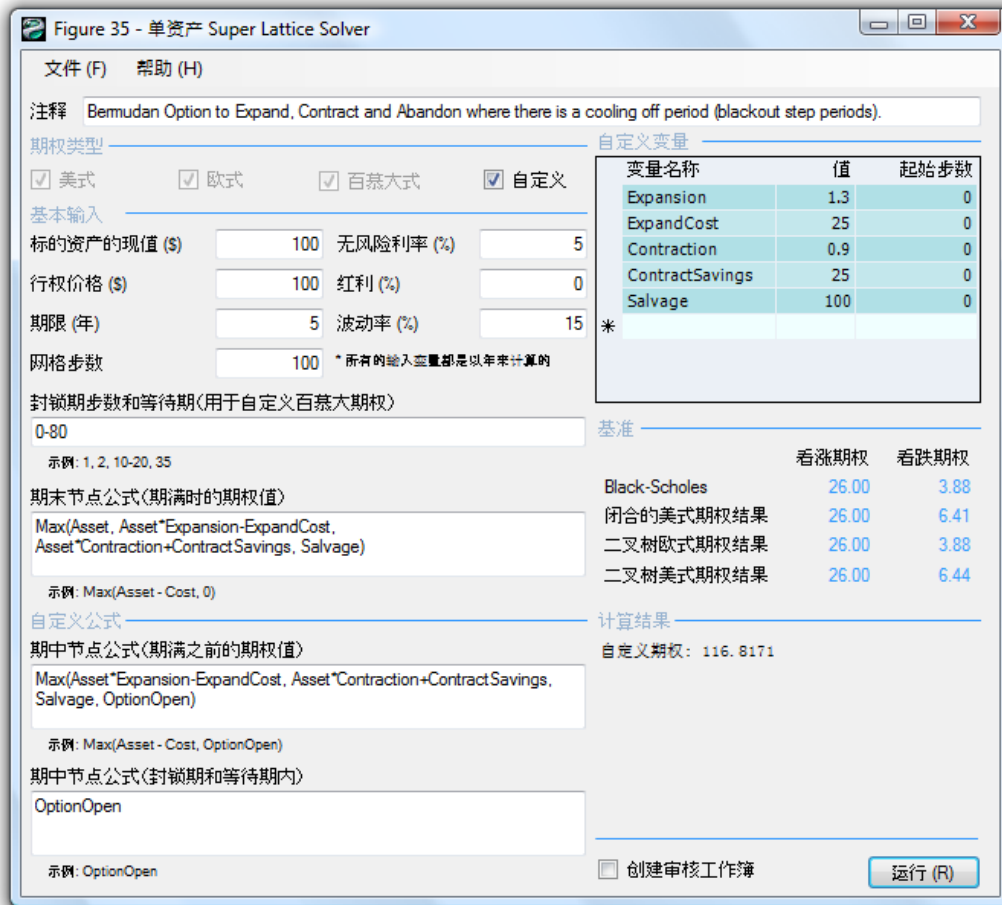


图 35: 扩展，收缩和放弃百慕大期权

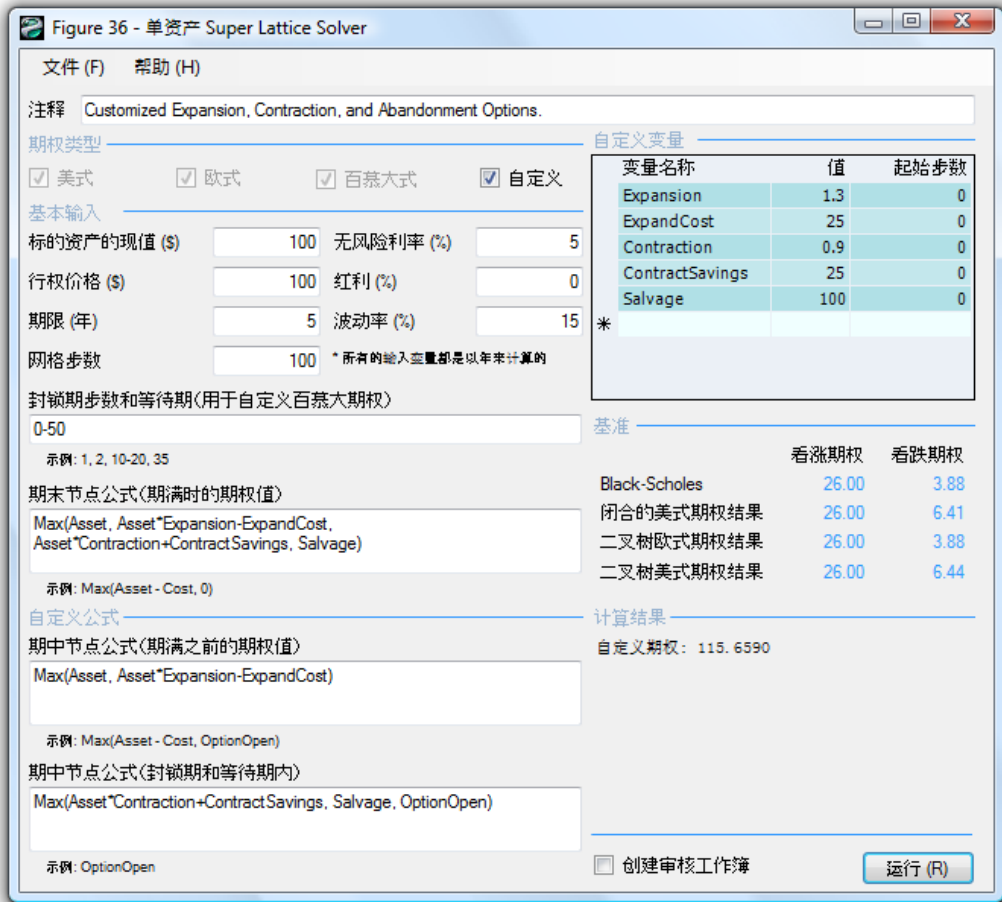


图 36: 具备混合扩展, 收缩和放弃能力的自定义期权

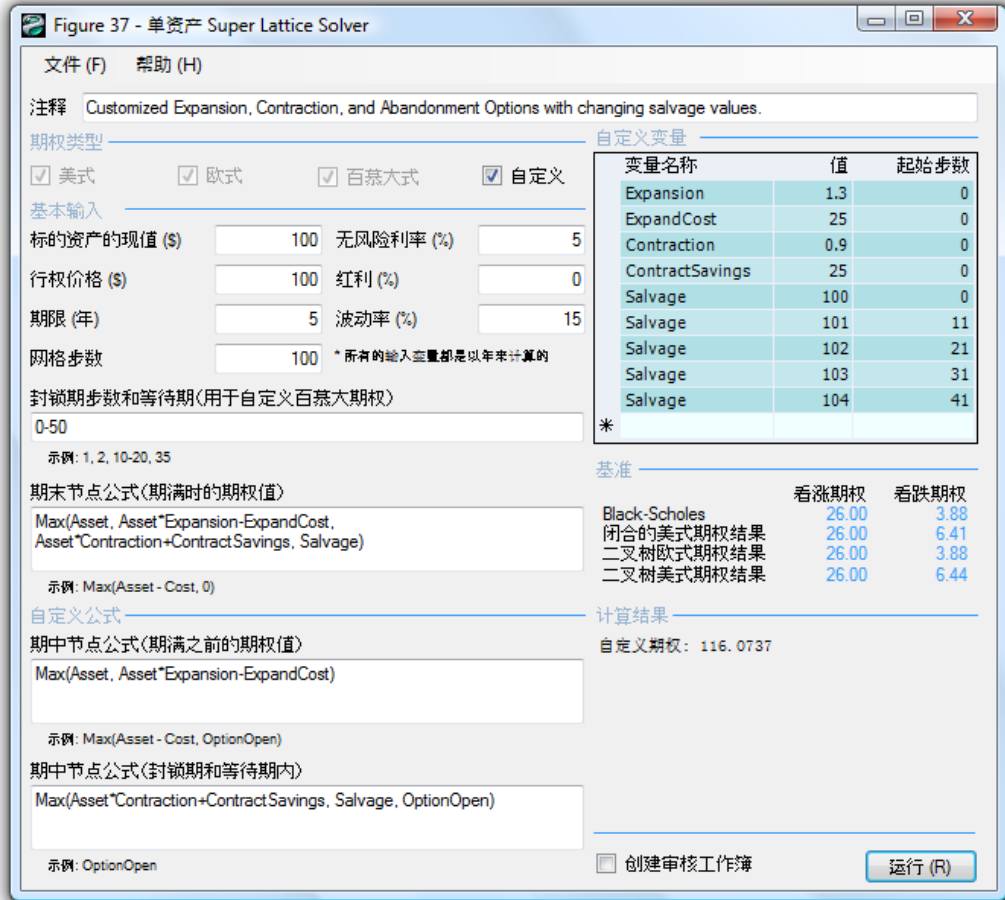


图 37: 输入变量变化的具备混合扩展，收缩和放弃能力的自定义期权

基本美式，欧式和百慕大式看涨期权

图 38 是无红利的基本美式、欧式和百慕大期权的计算（使用的案例文件夹：基础美式、欧式和百慕大看涨期权），图 39 是存在红利率的同种期权的计算。当然，欧式期权只能在到期日执行，对于美式期权提前执行是允许的，而对于百慕大期权来说，也允许提前执行，但是要在封闭或保留期之外。注意到当不考虑红利时，同一看涨期权的三种期权结果都是相同的。但是当考虑红利时，从图 39 种可以看出，大多数案例的结果显示，三种看涨期权的值是美式 \geq 百慕大 \geq 欧式（插入 5% 的红利率，以及 0-50 步的封锁期）。当然这种一般性只适用于普通的看涨期权而不适用于其它一些外来奇异期权（例如，在封锁期内的百慕大期权的保留和非最佳执行行为有时候可能比同种非最佳执行参数的普通美式期权的价值更大）。

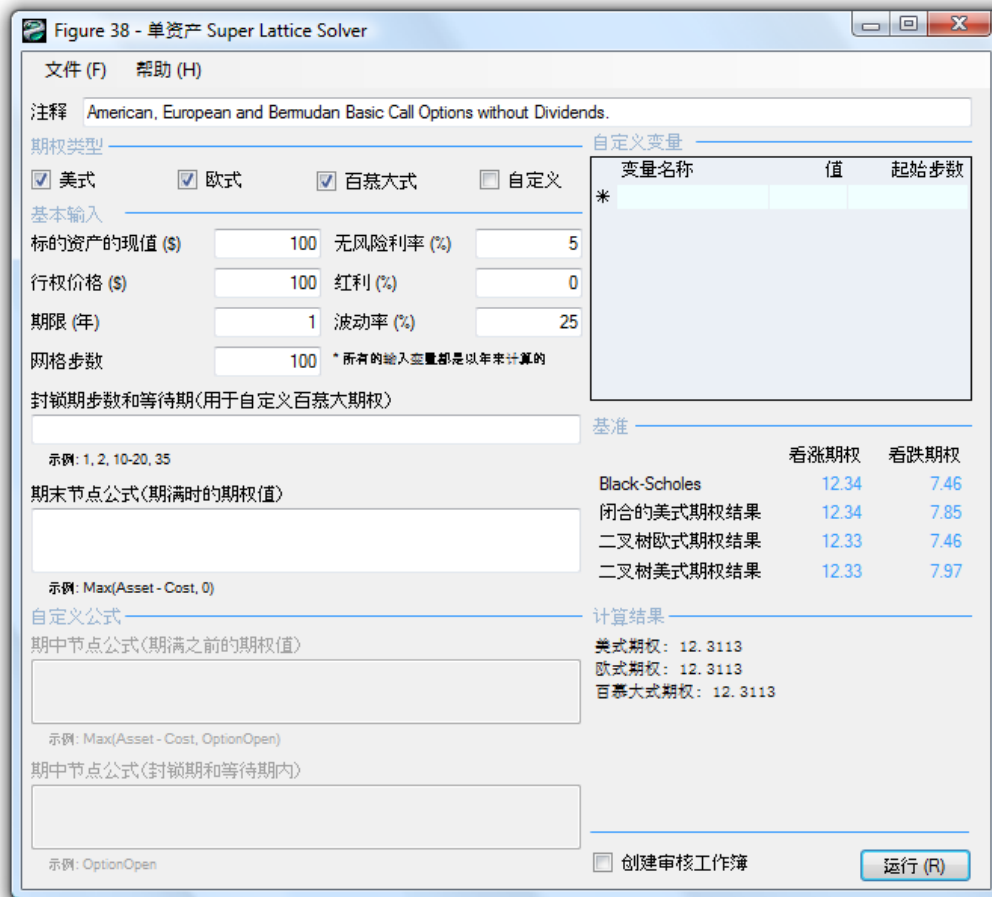


图 38: 无红利的简单美式、百慕大和欧式期权

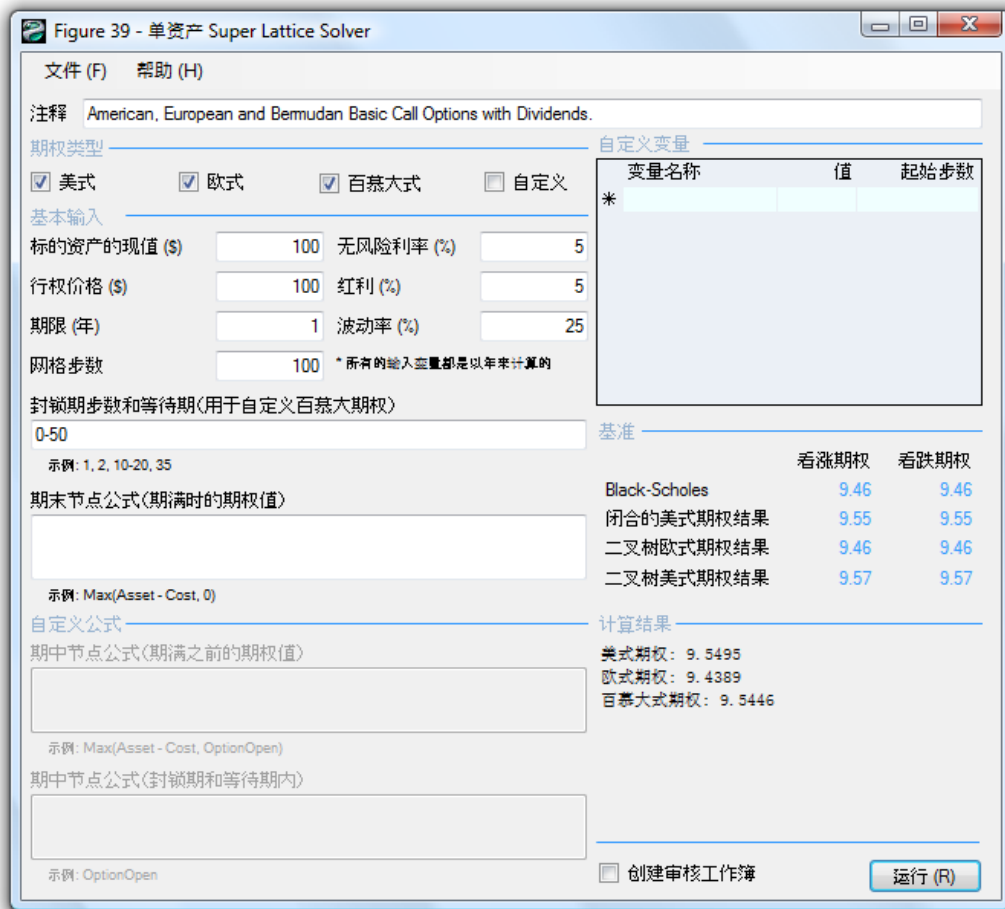


图 39: 存在红利的简单美式、百慕大和欧式期权

基本美式、欧式和百慕大式看跌期权

图 40 中是利用 SLS 计算的无红利美式和欧式看跌期权。这个计算结果说明了项目净现值的战略值，提供了在某个期限内出售项目的期权。存在这样一种可能性，项目价值显著高于单点估计的资产现值（经过某一无风险利率折现后的所有不确定未来现金流的现值）或是显著低于这个值。因此，延迟或等待直到随着时间的流逝不确定变为确定后的期权比立刻执行更有价值。在执行期权之前的等待权利，以及按照实施成本的现值出售项目的权利就是期权的价值。立刻执行的净现值就是用实施成本减去资产价值（0 美元）。在情况变坏和最佳销售时刻到来之前等待或延迟出售资产的期权价值是计算值（整体战略价值）和净现值之间的差值，对于美式期权是 24.42 美元，对于欧式期权是 20.68 美元。与之前的看涨期权不同，即使在不存在红利的情况下，美式看跌期权的价值都高于欧式看跌期权。对于单一看涨期权，当不存在红利时，提前执行不是最佳选择。然而，对于看跌期权来说，无论红利率是否存在，有时提前执行是最佳的选择。实际上，红利率会降低看涨期权的价值，增加看跌期权的价值。这是因为当分发红利之后，资产的价值降低了。因此，看涨期权就贬值了，而看跌期权就升值了。红利率越高，我们越应该期权执行看涨期权，或是越晚执行看跌期权。

如图 40 中所示，我们可以通过设置中间方程最大值（成本-资产，0）来计算看跌期权（使用的案例文件夹：普通看跌期权）。当存在红利率时，看跌期权与看涨期权有类似的特点，对于基本看跌期权的价值来说，在大部分案例中，美式 \geq 百慕大 \geq 欧式。可以通过设置 3% 的红利率，及 0-80 步的封锁期，并重新运行 SLS 模块来证实这一点。

Figure 40 - 单资产 Super Lattice Solver

文件 (F) 帮助 (H)

注释 American Put Option. Make it European by setting INE: OptionOpen or deselect Custom and select European.

期权类型

美式 欧式 百慕大式 自定义

基本输入

标的资产的现值 (\$) 100 无风险利率 (%) 5

行权价格 (\$) 100 红利 (%) 0

期限 (年) 5 波动率 (%) 40

网格步数 100 * 所有的输入变量都是以年来计算的

封锁期步数和等待期(用于自定义百慕大期权)

示例: 1, 2, 10-20, 35

期末节点公式(期满时的期权值)

Max(Cost-Asset, 0)

示例: Max(Asset - Cost, 0)

自定义公式

期中节点公式(期满之前的期权值)

Max(Cost-Asset, OptionOpen)

示例: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

期中节点公式(封锁期和等待期内)

示例: OptionOpen

自定义变量

变量名称	值	起始步数
*		

基准

	看涨期权	看跌期权
Black-Scholes	42.88	20.76
闭合的美式期权结果	42.88	24.30
二叉树欧式期权结果	42.87	20.75
二叉树美式期权结果	42.87	24.46

计算结果

自定义期权: 24.4213

创建审核工作簿

运行 (R)

图 40: 利用 SLS 的美式和欧式看跌期权

奇异选择期权

利用 SLS 和 MSLS 可以解决很多类型的用户自定义和奇异期权。例如图 41 中是一个简单的奇异选择期权（使用的案例文件夹：奇异选择期权）。在这个简单的案例中，期权持有者拥有两个期权，一个看跌期权，一个看涨期权。无需必须同时购买两个独立的期权，只需这样一个简单的期权，期权持有者就可以在看涨和看跌期权之间进行选择，这样就降低了同时持有两个独立期权的总成本。使用与图 41 相同的输入变量，美式选择期权的价值为 6.7168 美元，而看涨期权为 4.87 美元，看跌期权为 2.02 美元（两者之和得出总成本为 6.89 美元）。

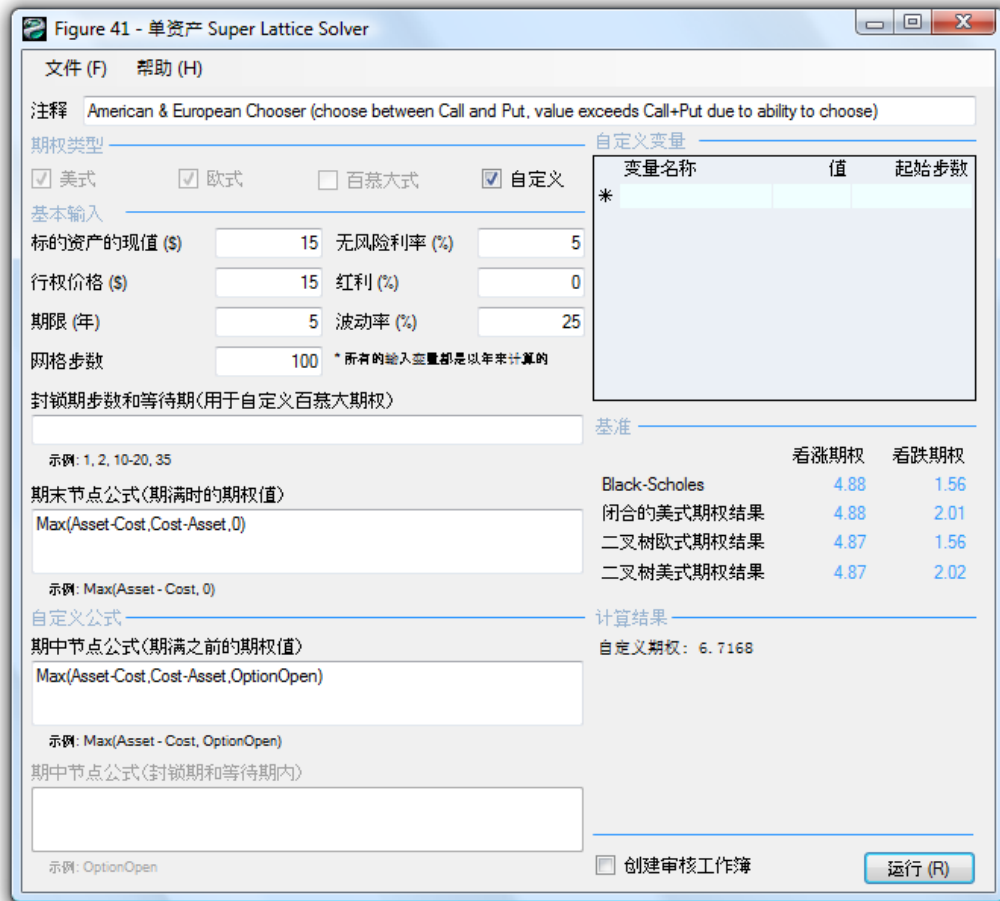


图 41: 利用 SLS 的美式和欧式奇异选择期权

图 42 中是一个利用 MSLS 构建的更加复杂的选择期权（使用的多重资产期权模块案例文件为：奇异复杂浮动欧式选择权），图 43（使用的案例文件夹：奇异复杂浮动美式选择权）。在这些例子中，看涨期权的执行成本和看跌期权的执行成本被设置为不同的水平。关于复杂选择期权的一个有趣的例子是一家公司正在开发一个高度不确定和高风险的新技术。公司决定通过创建一个选择期权同时防范向下和向上的风险。也就是说一旦研发阶段完成，公司可以决定自己来使用技术，或是卖掉技术的知识产权，这两种方式带来的成本是不一样的。对于一些更加复杂的问题，都可以利用 MSLS 轻松快捷的解决，通过增加一个卖掉不同波动率和时间的期权的选择。

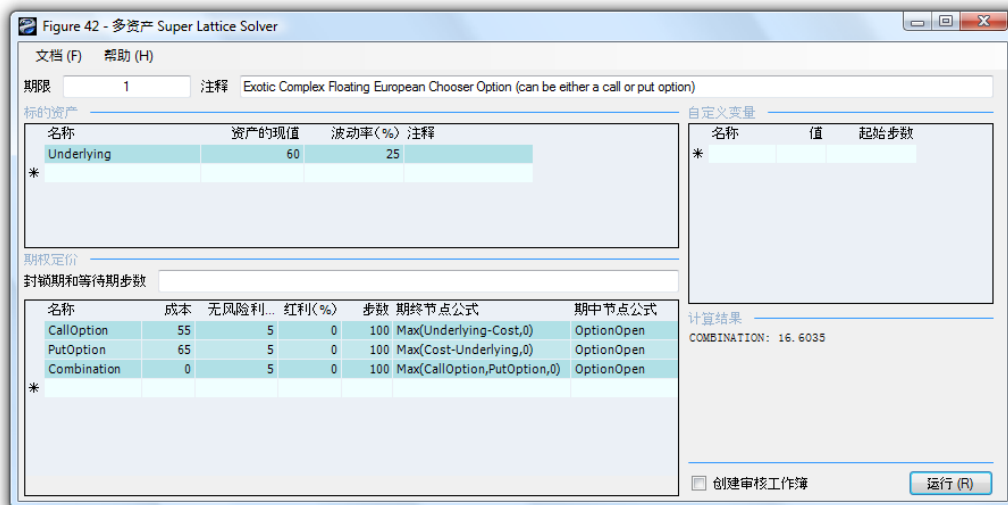


图 42: 利用 MSLS 的复杂欧式奇异选择期权

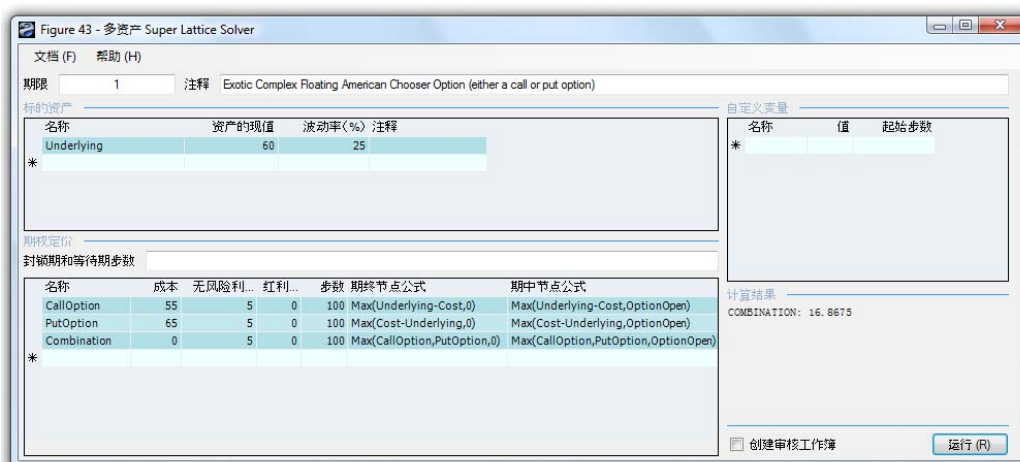


图 43: 利用 MSLS 的复杂欧式奇异选择期权

连续复合期权

连续复合期权被应用于研发投资或是任何存在多个阶段的投资项目。我们利用 MSLS 来解决连续复合期权。为了更快的理解连续复合期权，我们从图 44 中的一个两阶段连续复合期权的例子着手。在本例中，管理层有权决定在得到第一阶段（PI）的结果之后，是否继续执行第二阶段（PII）。例如，一个飞行项目或市场调研项目的第一阶段结果显示此产品的市场尚未发展成熟，因此第二阶段就不应被执行。所有的损失是第一阶段的沉没成本，而不是第一阶段和第二阶段的全部投资成本。下面的例子为我们进行了详细的介绍。

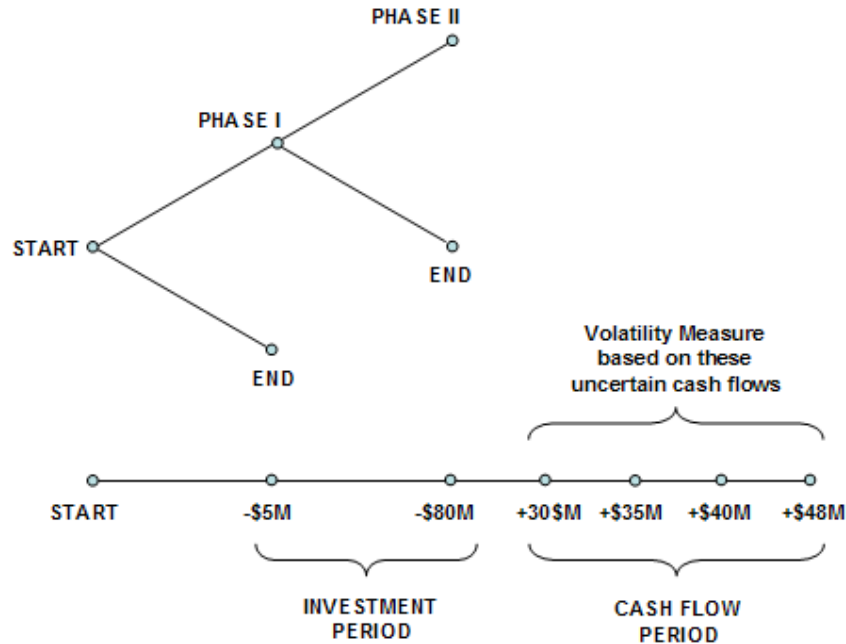


图 44: 一个二阶段连续复合期权的图示

图 44 中的解释对美式连续复合期权更高层的管理方面及内部运作方面的解释和交流起到了非常重要的作用。从图中我们可以看到，第一阶段在第一年的投资额为 500 万美元（现值），第二阶段第二年的投资额为 8000 万美元（现值）。在预期情况下，未来 3 到 6 年的净自由现金流均为正值，资产现值的总和为 1 亿美元（将现金流按 9.7 的折现率或最低预期回报率折现），这些现金流的波动率为 30%。在 5% 的无风险利率基础上，图 45 中显示利用 100 期网格计算出的战略值为 2767 万美元，因为净现值为 1500 万（1 亿-500 万-8500 万），这意味着延迟投资和等待信息成熟及不确定性明朗的战略期权的价值为 1267 万美元。换句话说也就是说，完全信息的期望值为 1267 万美元，这暗示着可以利用市场调研来获得此项目是否值得执行的可靠信息，为此公司愿意在第一阶段投入的最大值不超过 1767 万美元（1267 万+500 万），如果第一阶段是主动市场调研的一部分，或是就需要 1267 万。如果获取可靠信息的成本超过了这个值，那么最好的选择就是冒险用 8500 万立刻执行整个项目。此处使用的多资产模块案例文件夹为：简单两阶段连续复合期权。

反之，如果波动性降低了（不确定性和风险低了），那么战略期权的价值也会降低。另外，当等待成本（用红利率占资产价值的百分比来衡量）增加时，最好选择不延迟和不长时间等待。因此，红利率越高，战略期权的价值就越低。假设红利率为 8%，波动性为 15%，结果值就回复到净现值 1500 万，这意味着期权的价值降为 0，最好的选择就是立刻执行因

为等待成本大大高于此波动水平（不确定性和风险）上的等待价值。最后，如果风险和不确定性都极大增加，那么即使等待成本很高（例如，7%的红利率，30%的波动性），还是值得等待的。

这个模块为决策者如何在等待更多信息（完全信息的期望值）和等待成本之间做出最好的抉择提供了一个视角。可以通过创建一个战略期权来分析这种平衡，通过在项目的每一个阶段对项目进行重新估值以确定是否进入下一个阶段来延迟投资。基于此模块的投入假定，序列混合期权的结果显示了项目战略期权的价值，净现值即为资产现值减去两阶段的实施成本。换句话说，战略期权的价值就是计算出的战略值之间的差减去净现值。还需要考虑由于波动率和红利的变动决定了它们的交互作用——明确来说，无亏损点是对不同的波动率和红利率组合。因此，利用这个信息，可以走出去或不去的最佳决策（例如，无亏损波动率点可以在折现现金流模型中重新计算用于跨越这个阶段和等待的可能性是有价值的）。

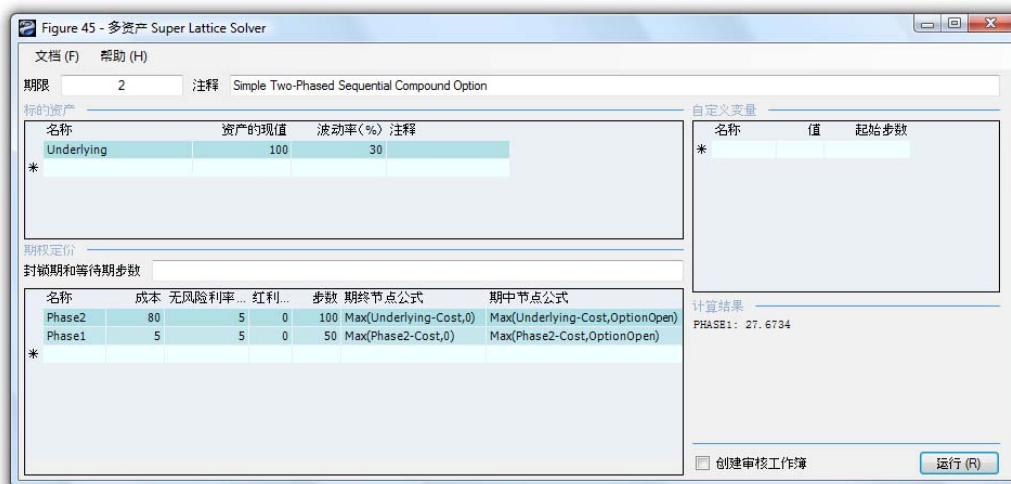


图 45: 利用 MSLS 解决一个二期的连续复合期权

多阶段连续复合期权

连续复合期权也同样可以使用 MSLS 扩展为多阶段。图 46 中是一个多阶段投资的图示。例中所展现的是一个多阶段的项目，在每个阶段，管理层都可以选择在情况良好时继续进入下一阶段或是欠佳时终止这个项目。基于输入假设，MSLS 的结果显示了项目的战略价值，此处项目的净现值 NPV 用资产的现值减去如果立刻执行所有阶段带来的所有实施成本（现值）。因此，由于波动性的存在，在实施未来阶段的投资之前可以延迟或等待的战略期权具有一定的价值，资产价值显著增加存在很大的可能性。因此，期权的价值就体现在可以在未来制定投资决策之前的等待权利，或是用项目的战略价值减去净现值。

图 47 中是利用 MSLS 计算出的结果。注意到由于使用了逆推法，分析的过程是从最后一阶段开始逐步向第一阶段回推（使用的多资产模块案例文件为：多阶段连续复合期权）。按照净现值来计算项目的价值为-500 美元。但是阶段投资期权的整体战略价值为 41.78 美元。这意味着尽管从净现值的角度来说投资是不利的，但是实际上，通过在投资阶段中间不断的回避风险和不确定性，期权持有者可以随时抽身而出，除非情况如预期那样进展，否则就不必继续投资。如果在第一阶段结束时事情的进展并不顺利，那么此时立刻停止投资会引起的最大损失为 100 美元（图 47），而不是投资总额 1500 美元。如果刚好相反，事情的进展很顺利，那么期权的持有者可以继续下一阶段的投资。在考虑到坏情况（停止投资）和好情况（继续投资）两种可能性后投资的期望净现值平均为 41.78 美元。

注意一般计算出的期权的价值通常会大于或等于 0（例如，将所有阶段的波动性降低为 5%，将红利率增加为 8%）。当期权的价值很低或为 0 时，意味着延迟投资并不是最佳决策，此时这种门径投资过程并不是最好的方法。等待的成本太高（高红利率），现金流的不确定性较低（低波动率），因此，如果净现值为正就进行投资。在此例中，尽管期权的价值为 0，但是分析的解释却是十分重要的！一个 0 价值或是低价值暗示着最佳的决策就是不要等待。

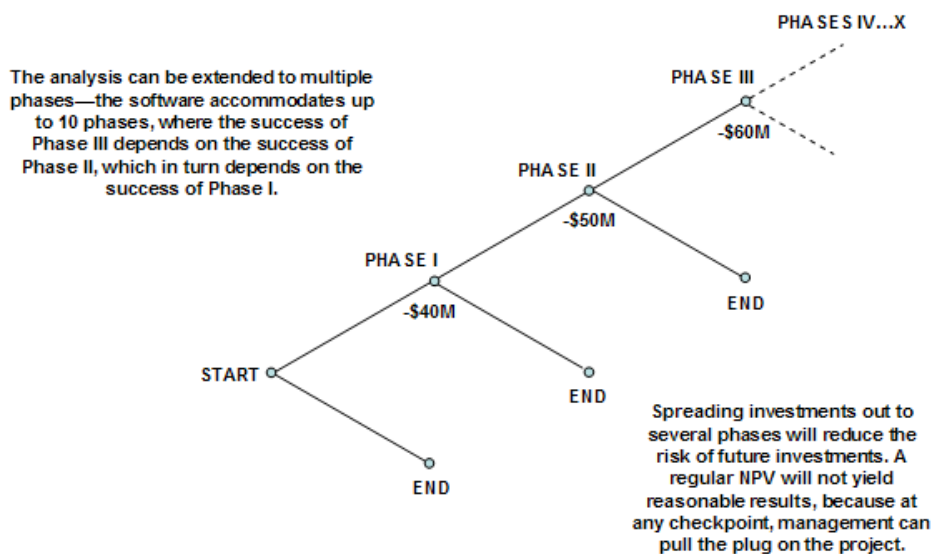


图 46: 多阶段连续复合期权的图示

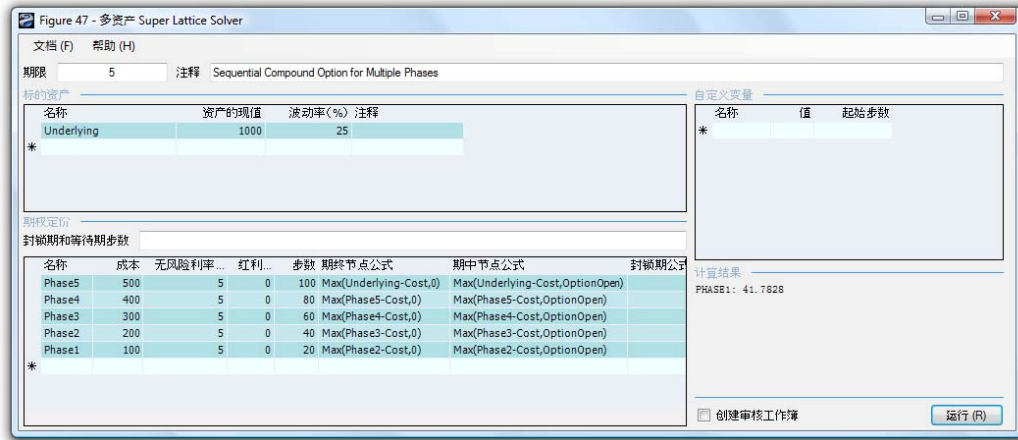


图 47: 利用 MSLS 解决多阶段连续复合期权

自定义连续复合期权

我们还可以通过在连续复合期权的每一阶段增加自定义期权来扩展连续复合期权，参见图 48，在每一阶段都可能存在不同的互相排斥的期权组合，包括停止投资，放弃后所得的项目残值，扩展项目的范围成为另外一个项目（例如，剥离项目，扩展到不同的地域），收缩项目的范围节省一些资金，或是继续下一个阶段。这些复杂的期权可以轻松的通过使用 MSLS 来解决，参见图 49（使用的案例文件夹：多阶段复杂连续复合期权）。

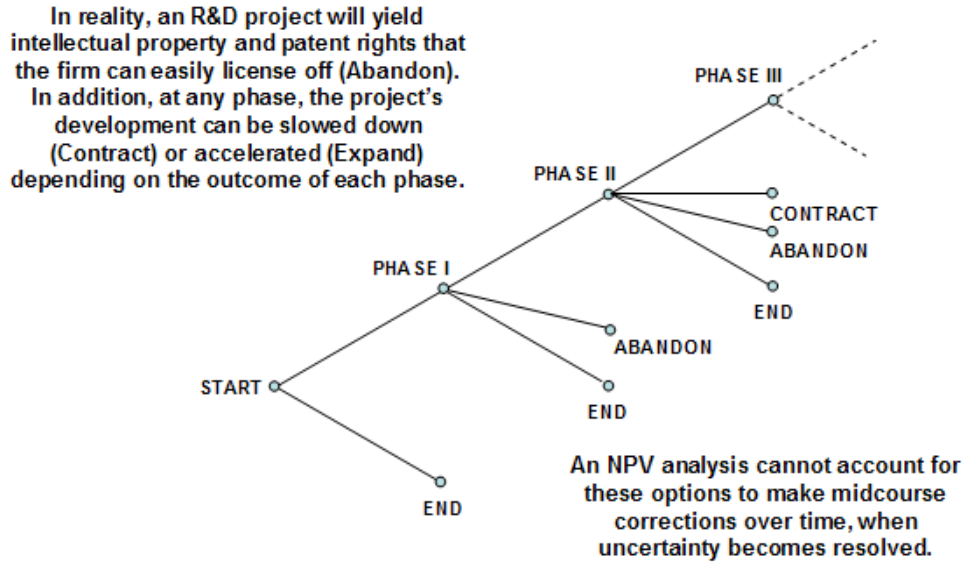


图 48: 复杂多阶段连续复合期权的图示

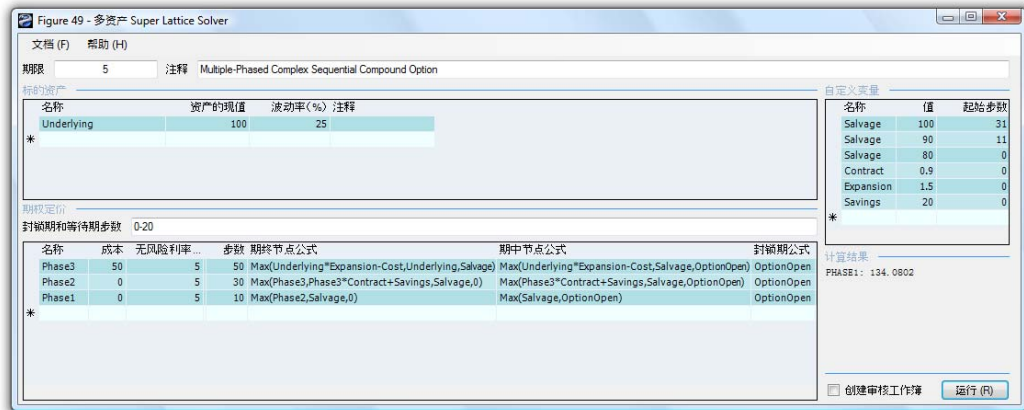


图 49: 利用 MSLS 解决复杂多阶段连续复合期权

为了便于解释，图 49 的 MSLS 路径相关连续期权使用了如下输入：

- Phase 3: 期末节点公式: $\text{Max}(\text{Underlying} * \text{Expansion-Cost}, \text{Underlying}, \text{Salvage})$
期中节点公式: $\text{Max}(\text{Underlying} * \text{Expansion-Cost}, \text{Salvage}, \text{OptionOpen})$
步数: 50
- Phase 2: 期末节点公式: $\text{Max}(\text{Phase3}, \text{Phase3} * \text{Contract} + \text{Savings}, \text{Salvage}, 0)$
期中节点公式: $\text{Max}(\text{Phase3} * \text{Contract} + \text{Savings}, \text{Salvage}, \text{OptionOpen})$
步数: 30
- Phase 1: 期末节点公式: $\text{Max}(\text{Phase2}, \text{Salvage}, 0)$
期中节点公式: $\text{Max}(\text{Salvage}, \text{OptionOpen})$
步数: 10

路径相关，路径独立，相互排斥，非相互排斥和复杂组合嵌套期权

连续复合期权是路径依赖期权，一个阶段依赖于另一个阶段的成功，这与使用 SLS 解决的路径独立期权相反。图 49 是一个复杂的战略树，在某些阶段存在一些不同的期权组合。这些期权可以是相互排斥的，也可以是非相互排斥的。在所有类型的期权之中，可能存在多个标的资产（例如，日本与英国或澳大利亚相比有不同的风险回报率或利率波动）。可以利用 MSLS 来建立多元标的资产网格，并依赖期权以多种方式融合它们。以下是一些路径独立和路径依赖，以及相互排斥和不相互排斥期权的例子。

- 路径独立和互相排斥期权：通过将所有的期权合并为一个单一的定价网格利用 SLS 来解决这类型的期权。包括扩展，收缩和扩展期权。这些都是相互排斥的，因为不可能同时一边在不同的国家扩展，一边放弃和出售公司。如果不存在时间上的限制，这些就是路径独立型，也就是可以在成熟期限的任意时点上扩展，收缩和放弃。
- 路径独立和非互相排斥期权：通过同时在 SLS 中运行这些非互相排斥的期权来解决这些类型的期权。例子有将的业务扩展到日本，英国和澳大利亚的期权。这些不是相互排斥的，因为可以选择扩展到任意国家的组合（例如，只在日本，日本和英国，英国和澳大利亚等）。如果不存在时间上的限制，这些就是路径独立型，也就是可以在成熟期内的任意时点上扩展到任意国家。增加单个期权价值，获得整体扩展期权价值。
- 路径依赖和相互排斥期权：通过将所有的期权合并为一个单一的估值网格利用 SLS 来解决这类型的期权。举例，将期权扩展到另外三个国家，日本，英国和澳大利亚。但是，此时扩展是相互排斥和路径依赖的。也就是说，一次只能扩展到一个国家，但是在某些阶段，可以扩展到某些国家（例如，根据现存的经济条件，出口限制等的影响下，只有三年内扩展到日本才是最优化的选择，而比较而言，英国可以现在马上执行扩展）。
- 路径相关和非相互排斥期权：利用 MSLS 来解决这些。这些是典型的多阶段单序列符合期权。如果存在至少一个非互相排斥期权，那么对每个期权重新运行一次 MSLS。可以在案例的 0-3 年输入日本，3-6 年输入澳大利亚，并且在 0-10 年的任意一个时间输入英国。如果可以一次输入多个国家，那么每个输入战略就不是互相排斥的，由于时间依赖，所以它们是路径依赖的。
- 嵌套组合期权：这种类型是最复杂的，可以是上述四种类型的任意组合。此外，一个期权是嵌套在另一个之内，只有扩展到澳大利亚后才能继续扩展到日本，如果不先处理澳大利亚，就无法执行后面这个。另外，允许澳大利亚和英国，但是不能扩张到英国和日本（例如，某些贸易限制，不信任争议，竞争因素，战略问题，与同盟的限制和约等等）。对于这些期权，在战略树上画出所有的场景，使用 MSLS 中的 IF,AND,OR,和 MAX 功能来解决期权。也就是说，如果输入英国，可以输入澳大利亚，还可以继续输入日本或英国，而不是日本和英国。

同阶段复合期权

同阶段复合期权用于衡量当某个项目的价值取决于同时执行的两个或两个以上先期成功投资时项目的价值。连续复合期权估计的是这些投资的阶段价值，一个接一个，而同阶段复合期权是同时来估计这些期权的价值。很明显，由于连续复合期权的分阶段投资能力，它的价值会高于同阶段复合期权。注意同阶段复合期权与传统看涨期权的执行很类似。因此，美国看涨期权是此类期权的一个良好基准。图 50 中是如何利用 MSLS 来解决同阶段复合期权（使用的案例文件夹：简单二阶段同阶段复合期权）。与连续复合期权的分析类似，期权的存在价值在于由于存在用波动率衡量的大的不确定性和风险，所以延迟和等待额外信息的出现是很有价值的。但是，当以红利率衡量的等待成本很高时，延迟和等待期权的价值就大大敬爱那个地了，直到到无亏损点，此时期权的价值为 0，项目的战略价值等于项目的净现值。这个无亏损点为决策制定者在项目的内在不确定性和等待执行的成本选择之间提供了有价值的判断。同样的分析可以拓展到图 51 种的多元投资同阶段复合期权（使用的案例文件夹：多阶段同阶段复合期权）。

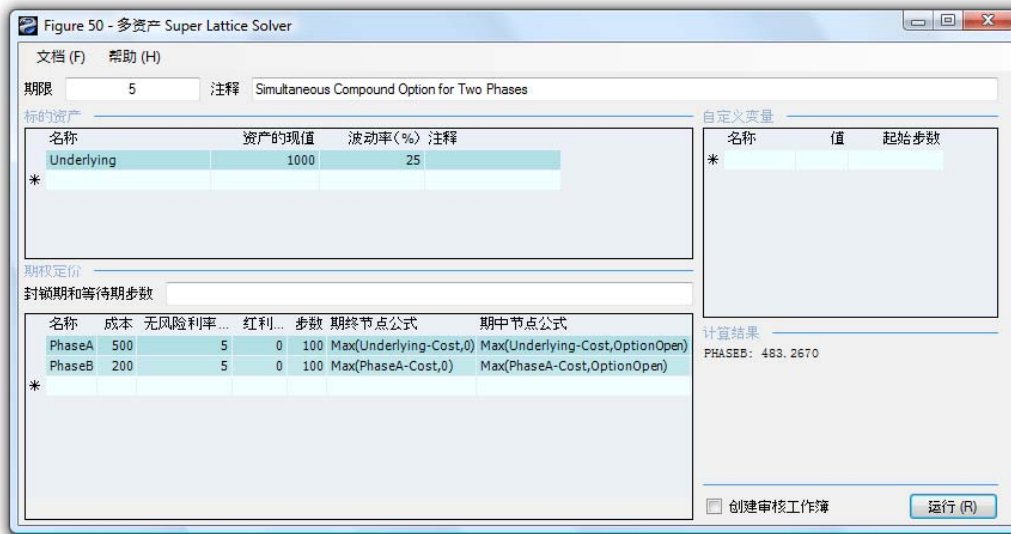


图 50: 利用 MSLS 来解决同时连续复合期权

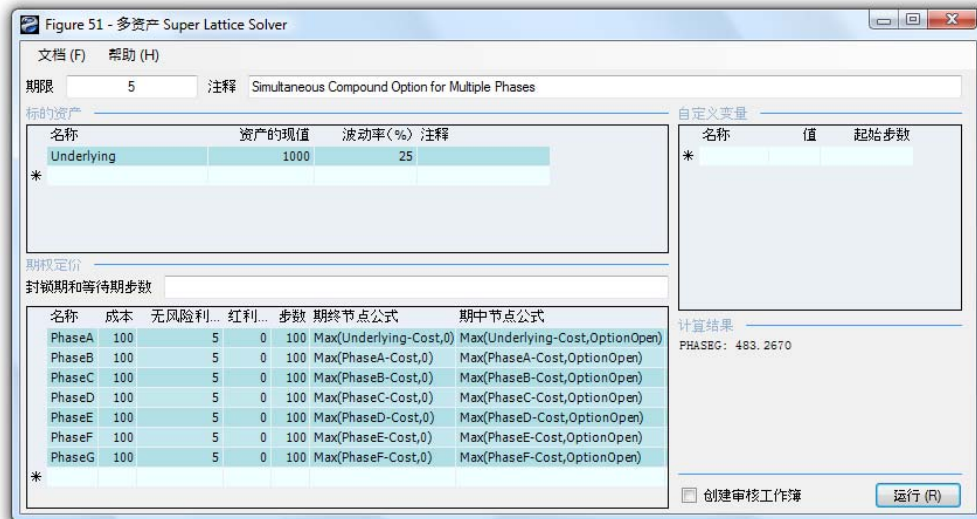


图 51: 利用 MSLS 解决多元投资同阶段复合期权

使用三叉网格的美式和欧式期权

构造和解决三叉网格问题与构建和解决二叉网格很类似，都有上/下跳跃和风险中性的可能性，但是相比较而言，前者更为复杂，因为每个结点上的分支更多。下面的图标显示，在一定的限度内，使用三叉和二叉网格所得到的结果是一致的。我们使用三叉网格的唯一原因就是它可以更加迅速的达到正确期权价值的收敛水平。在案例的表格中，我们可以关注三叉网格是如何通过比二叉网格更少的期数来获得正确的期权价值（1000 期，5000 期）。因为在一定限度内，两者的结果是一致的，但是三叉网格的计算过程更加复杂，所需的计算时间更长，因此我们一般使用二叉网格。但是，当标的资产遵循一个均值回复的过程时，就需要使用三叉网格了。下面让我们来看一下三叉和二叉网格收敛的图示：

期数	5	10	100	1,000	5,000
二叉网格	\$30.73	\$29.22	\$29.72	\$29.77	\$29.78
三叉网格	\$29.22	\$29.50	\$29.75	\$29.78	\$29.78

图 52 中是另外一个使用多项期权的例子。利用 5 期三叉网格计算出的美式看涨期权的价格为 31.99 美元，与图 53 中利用 10 期二叉网格的计算结果一致。因此，基于计算的简便性和计算速度这两个原因，SLS 和 MSLS 中使用的是二叉网格，而不是三叉或其他更多叉网格。只有当标的资产遵循一个均值回复的过程时，就需要使用三叉网格。在此种情况下，我们就要使用 MNLS 模块了。

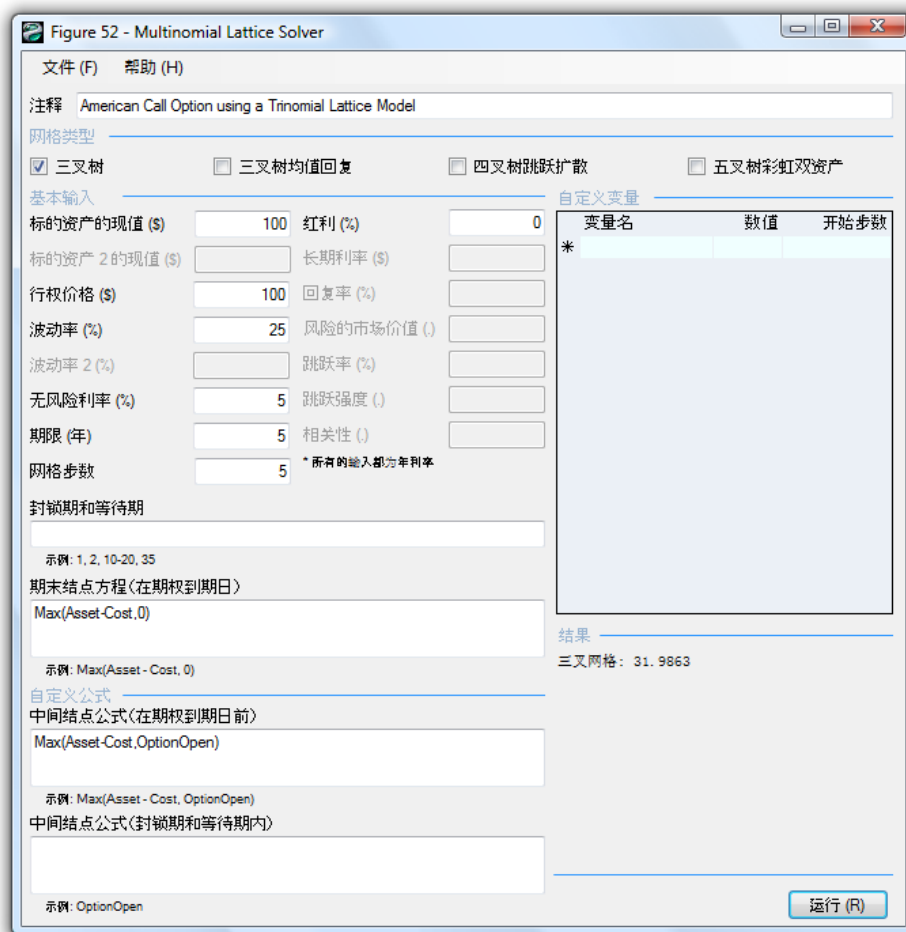


图 52: 单一三叉网格示例

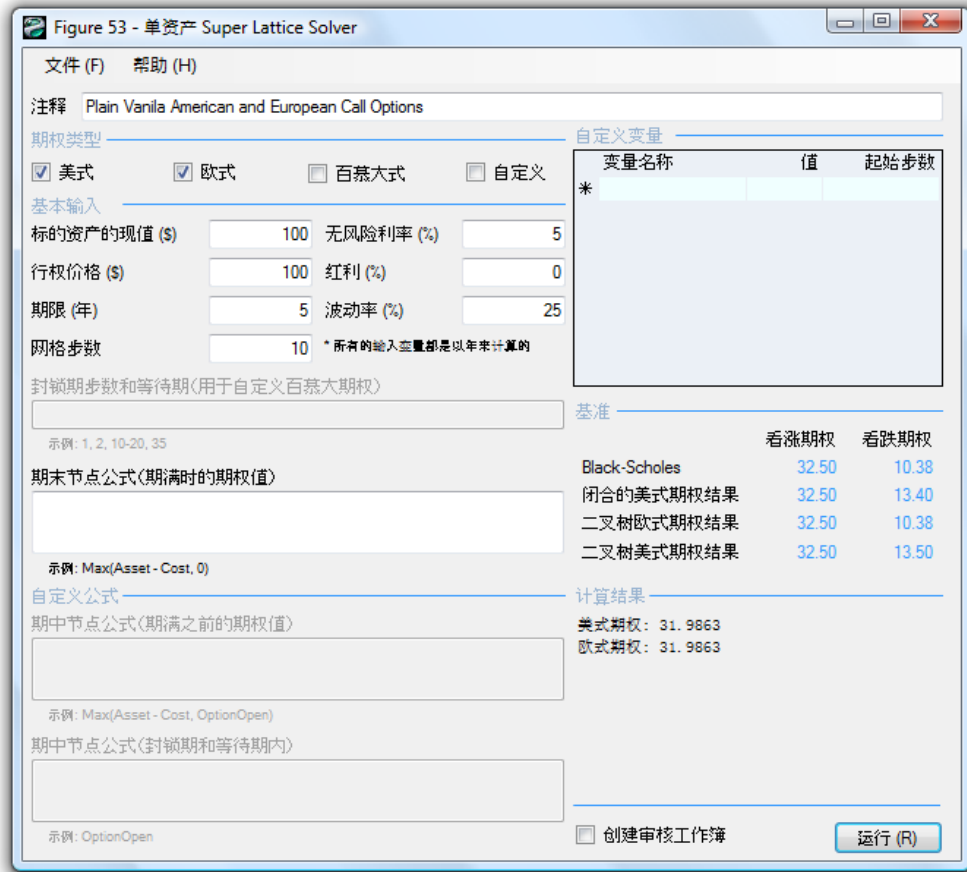


图 53: 10 期二叉网络的比较结果

利用二叉网格的美式和欧式均值回复期权

当标的资产的价值是均值回复是我们可以利用 MNLS 模块里的均值回复期权来计算美式和欧式期权。均值回复随机过程会以某个回复速度（还原率）还原到长期均值（长期利率水平）上。遵循均值回复的变量有通货膨胀率，油价等等。当这种类型的变量都服从于一定自然规律或是经济条件，又一个长期水平值，当其真实值过高或过低的偏离长期水平值时，就会产生回复。例如，货币和财政政策可以防止经济过渡的波动，这些政策的目标都倾向于达到一个长期目标率或水平。图 54 是一个规则的随机过程（红色虚线）和一个均值回复过程（实线）。很明显，有阻尼效应的均值回复过程的不确定性比同一波动水平下的规则过程的不确定性要低。

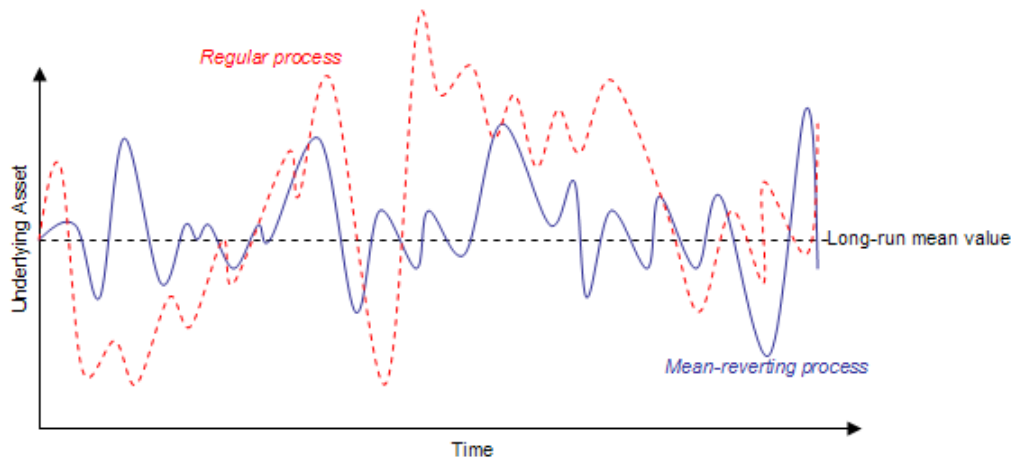


图 54: 均值回复过程

图 55 是利用二叉网格计算出的一个规则期权模型的看涨和看跌结果，与利用均值回复二叉网格计算出的某个具有均值回复（MR）趋势标的资产的看涨和看跌结果的比较。有如下几点值得我们注意：

- 均值回复的看涨 < 规则看涨，因为均值回复资产的阻尼效应，均值回复资产的价值不会上升到规律资产价值的水平。
- 相反地，均值回复看跌 > 规律看跌，因为资产的价值不会升到很高，意味着资产价值在资产现值附近徘徊的可能性较大，其价值低于资产价值的概率也更高，使得看跌期权的价值上升。
- 基于阻尼效应，均值回复的看涨和看跌的价值（18.62 美元和 18.76 美元）比规律看涨和看跌的价值（31.99 美元和 13.14 美元）更加对称。
- 规律美式看涨 = 规律欧式看涨，因为在不考虑红利率的情况下，提前执行不是最优的选择。但是由于均值回复趋势的存在，提前执行是可行的，尤其是在资产价值降低之前。因此，我们可以看到均值回复的美式看涨 > 均值回复的欧式看涨，当然，两者的价值都低于规律看涨。

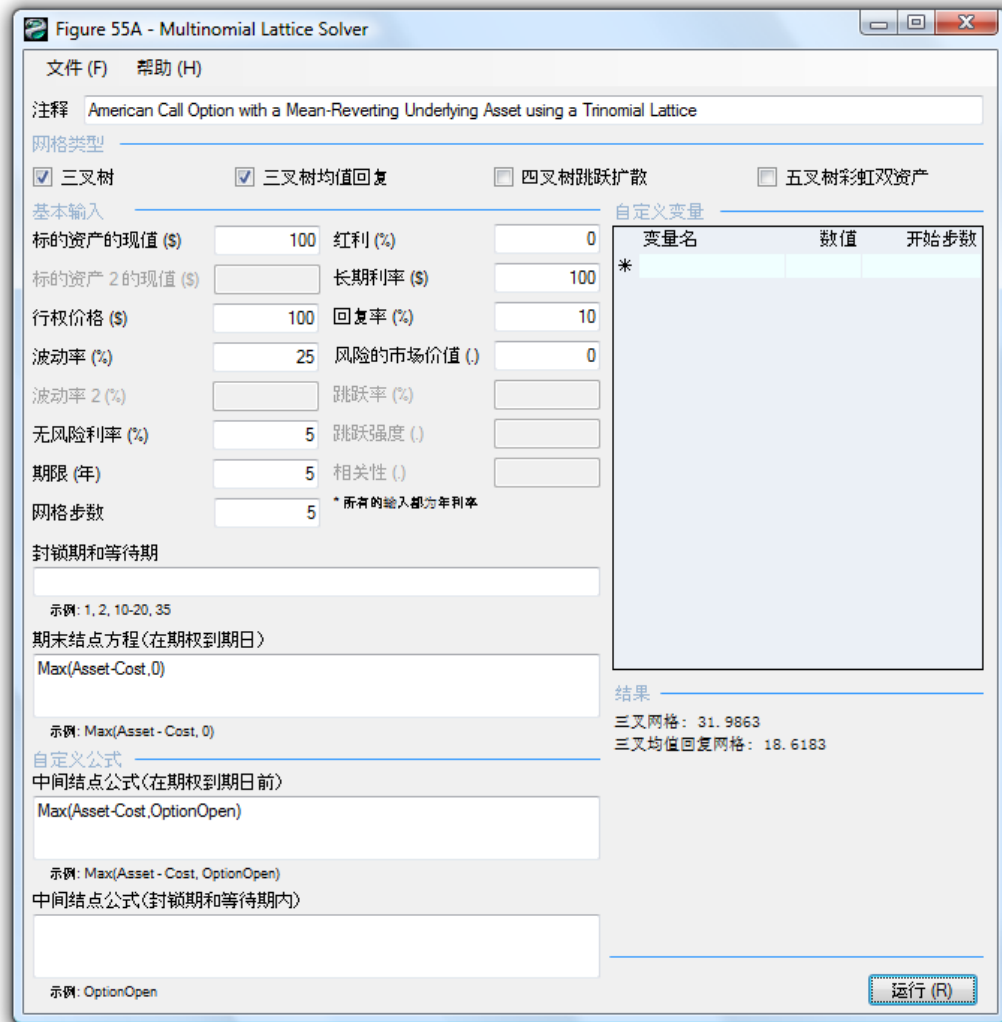


图 55A: 比较均值回复规律情况下的看涨和看跌期权

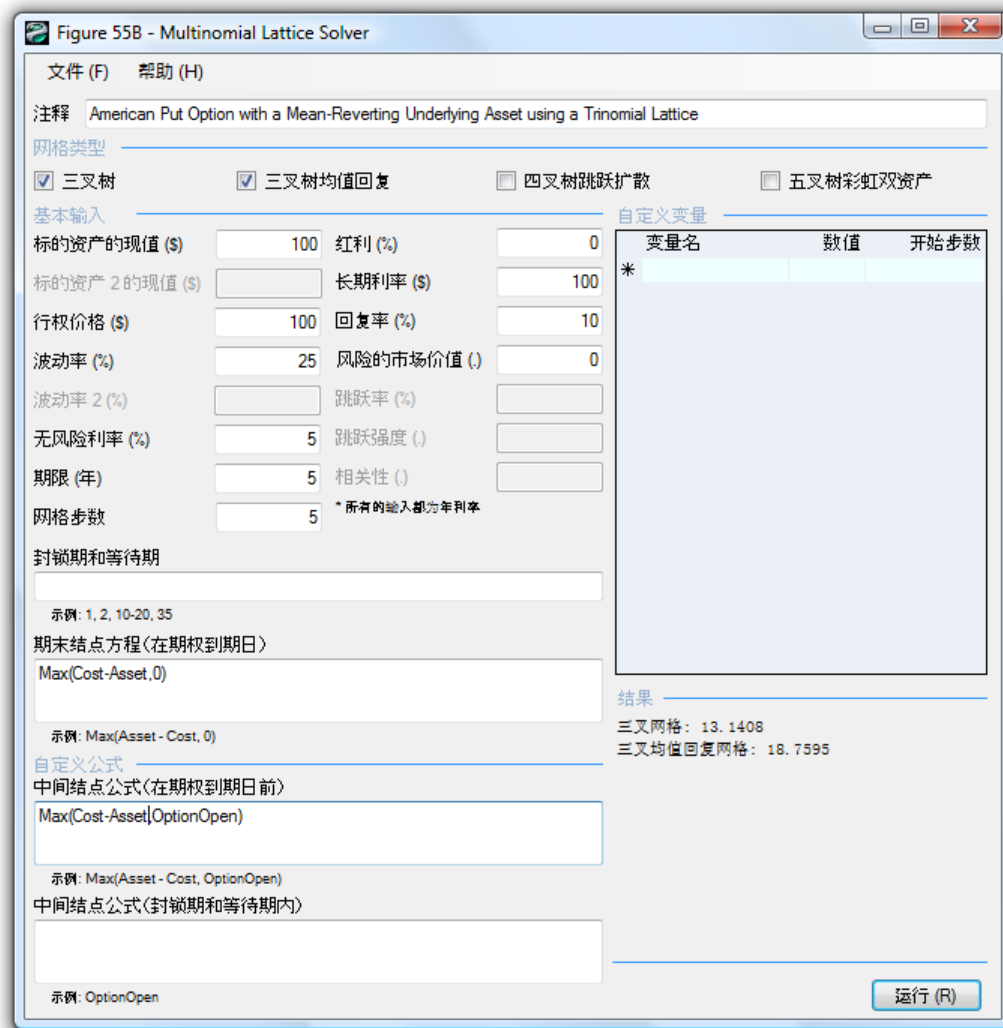


图 55B: 比较均值回复和规律情况下的看涨和看跌期权

其他一些均值回复期权的要点包括:

- 长期利率的水平越高 (越低), 看涨期权的价值越高 (越低)
- 长期利率的水平越高 (越低), 看跌期权的价值越低 (越高)

最后要注意, 由于模拟均值回复期权需要较高的网格期数和多个还原率的某个组合, 长期利率水平和网格期权可能会产生无法解决的二叉网格。当发生这种情况时, MNLS 会出现错误信息的提示。

使用四叉网格的跳跃——扩散期权

美式和欧式期权的跳跃扩展看涨看跌期权使用的是四叉网格。当期权中的标的变量遵循一个跳跃——扩散的随机过程时,我们就可以使用这一模块了。图 56 中是一个使用跳跃——扩散过程的标的资产。跳跃对于某些商业变量来说是很平常的情况,例如石油和汽油的价格可能会出现突然的出乎意料的波动(例如,在战争中)。标的变量的跳跃频率被称为跳跃率,每次跳跃的幅度被称为跳跃强度。

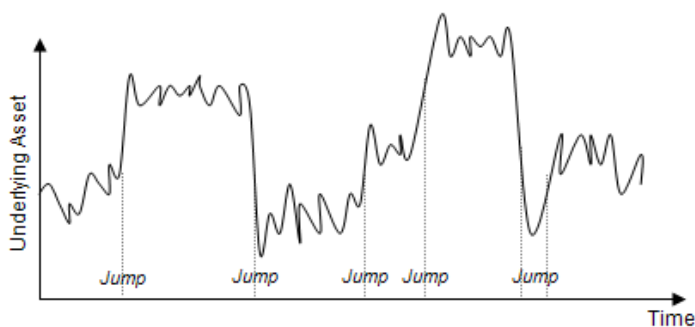


图 56: 跳跃——扩散过程

二叉网格只适用于没有跳跃的随机过程(例如,布朗运动和随机行走过程),但是当存在跳跃的可能性时(泊松分布的一个极小概率),我们就需要利用更多的分叉了。图 57 是解决这些跳跃过程的四叉网格(每个结点有四条分支)。

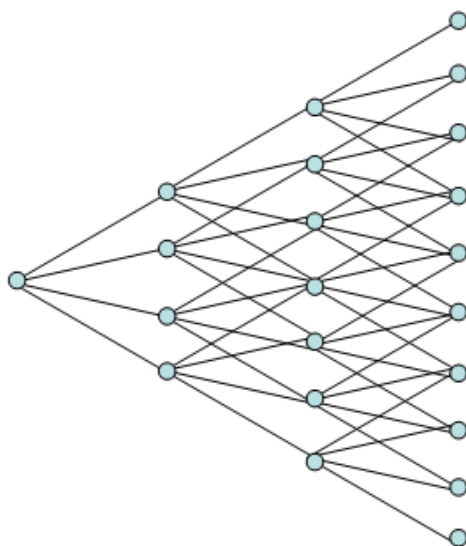


图 57: 四叉网格

注意由于模块的复杂性,一些较高网格期数的计算可能需要花费较长的计算时间。此外,某些合并输入变量可能带来消极的风险中性概率,从而导致网格无法计算。在此种情况下,一定要确保输入变量的正确性(例如,跳跃强度要大于 1,1 代表无跳跃;检查跳跃率,跳跃大小和网格期数的错误结合)。跳跃的概率可以利用跳跃率和时间步来计算。图 58 是一个四叉网格分析跳跃——扩散期权的例子(使用的案例文件夹: MNLS——使用四叉网格的跳跃扩散看涨和看跌期权)。注意跳跃扩散的看涨看跌期权价值要高于一般的看涨和看跌

期权的价值。这是因为即使波动率相同，由于标的资产的正向跳跃（每年存在 10% 的概率，跳跃的平均强度为先前值的 1.5 倍），增加了看涨和看跌期权的价值。如果某个实物期权拥有多于两个标的资产，可以使用 MSLS 和/或风险控制器来模拟标的资产的轨道，捕捉它们在贴现现金流模型中的相互影响作用。

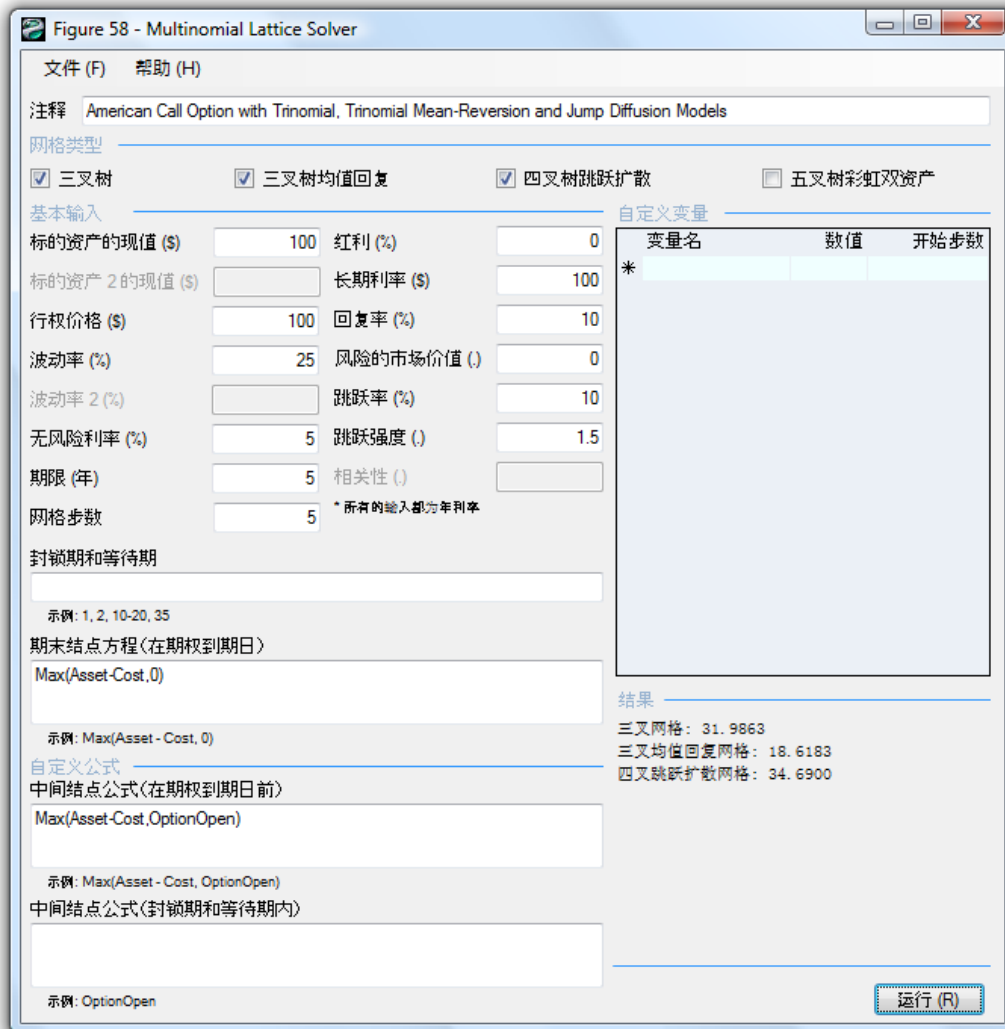


图 58: 跳跃扩散期权的四叉网格计算结果

使用二叉网格的双变量彩虹期权

解决美式和欧式期权的双变量彩虹期权问题需要利用二叉网格。雨后出现在地平线上的彩虹会呈现出缤纷的色彩，尽管彩虹期权不像自然界的彩虹一样呈现出那么缤纷的色彩，但是它们也因为拥有多于两个标的资产而被命名为彩虹期权。与标准期权相反，彩虹期权的价值是由两个或多个标的构成的行为以及这些标的构成的相关性决定。也就是说，彩虹期权的价值是由两个或多个标的资产的行为决定。当期权中存在两个标的变量（例如，资产的价格和数量），它们在可能存在相关性的情况下，以不同的波动率波动（图 59），就需要用到这个模型了。这两个变量在现实世界中通常是相关的，标的资产的价值是价格和数量的产物。由于不同的波动率，我们需要利用五角或是五条分支的网格来获得所有可能的产物组合（图 60）。注意某些组合可能会导致负概率的无法解决的网格。如果出现这种结果，会出现一条提示信息。我们可以通过尝试不同的变量组合以及更高的网格期数来弥补这种情况。

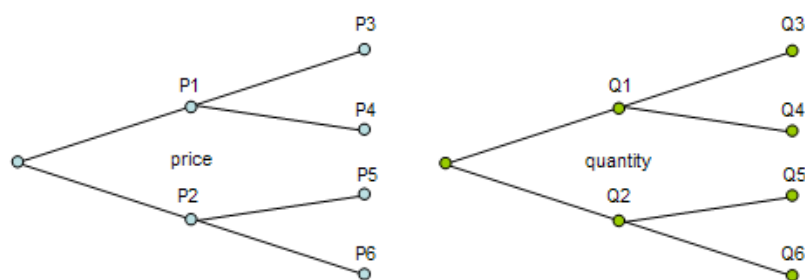


图 59: 两个二叉网格（资产价格和数量）

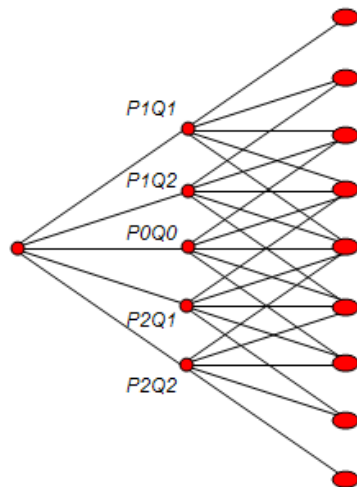


图 60: 五叉网格（两个二阶网格的结合）

图 61 是双资产彩虹期权的示例（使用的案例文件夹：MNLS——五叉网格双资产彩虹期权）。注意高度的正相关会同时增加看涨和看跌期权的价值。这是因为如果两个标的资产朝同一个方向移动，那么整个资产组合的波动性就更高（价格和数量可以在高-高和低-低的水平上波动，产生一个更高的整体标的资产价值）。相反地，负的相关性会降低看涨和看跌期权的价值，因为负相关变量的资产分散功能所造成的相反原因。当然此处的相关性波动范围为-1 到+1。

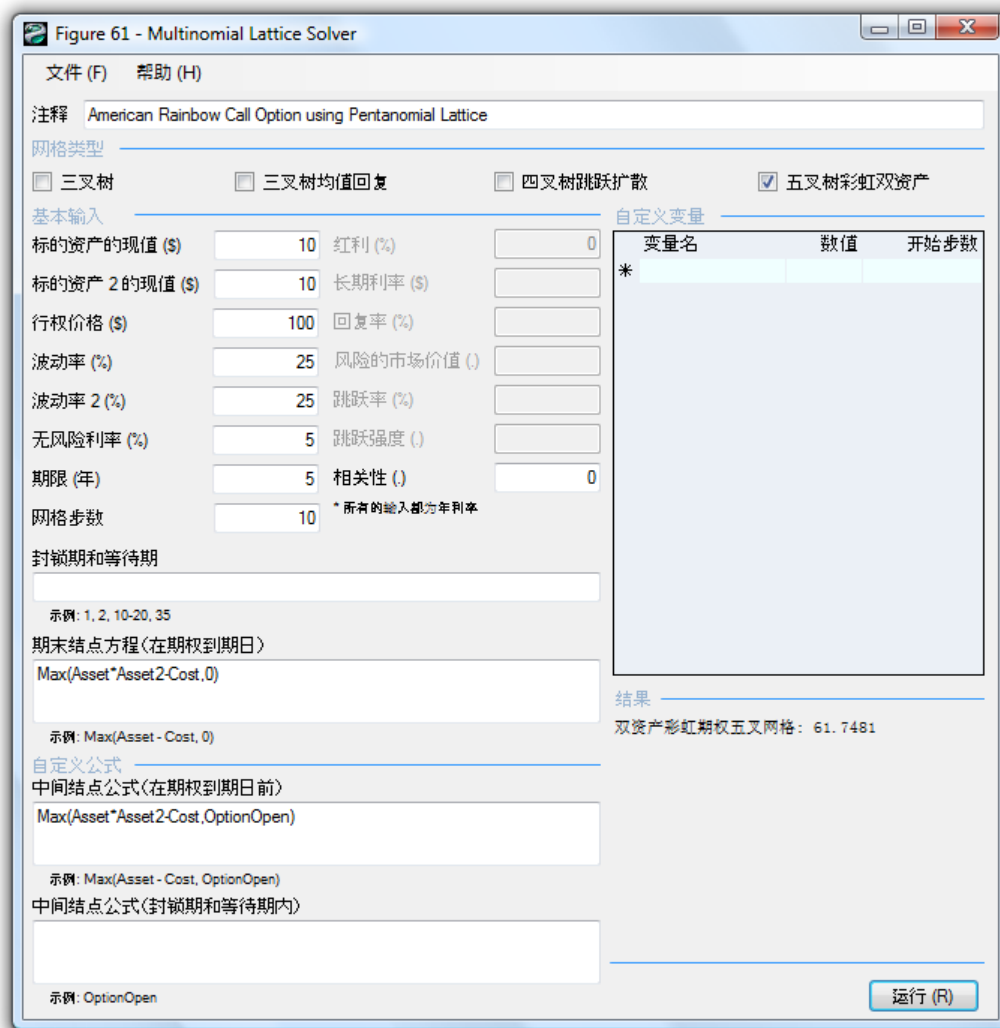


图 61: 利用五叉网格解决对偶资产的彩虹期权

美式和欧式下限障碍期权

下限障碍期权描述的是当资产价值降低到一个资产价值的下限障碍时，不管此时是赚钱还是赌输，期权的战略价值（同时适用于看涨和看跌期权）都低于标的资产的价值。因此，一个股价下跌生效期权（看涨和看跌）是指当资产价值降到下限时生效的期权。相反地，股价下跌失效期权只有在未达到下限时才是有效的。

这种期权的例子可能包含在合同中，当达到某个下限时，合同中的某些事件或条款就被触发了。障碍期权的价值低于标准期权，因为障碍期权只在价格的一小段范围内有价值。障碍期权的持有者失去了传统期权的一些价值，因此这种期权比标准期权的定价低。举个例子，当资产或项目的价值突破障碍时，为什么合同的作者可以得到或放弃某些职责的合同就是障碍期权。

图 62 是一个股价下跌生效的看涨下限障碍期权。注意其价值仅为 7.3917 美元，大大低于一个普通美式看涨期权的价值 42.47 美元。这是因为设置的障碍很低，为 90 美元。这意味着一个正常看涨期权所有可能的上升空间被大大降低，期权只能在资产价格降低到其下限 90 美元以下的时候才能被执行（使用的案例文件夹：障碍期权——股价下跌生效下限障碍看涨期权）。为了使这个下限障碍期权具有约束力，其下限水平必须低于资产的起始价值，高于执行成本。如果障碍水平高于起始资产价值，那么就变成了一个上界障碍期权。如果下限低于执行成本，那么无论在那种情况下，期权都是没有价值的。只有当下限障碍水平位于执行成本和资产起始价值之间时，下限障碍期权才可能是有潜在价值的。但是，期权的价值取决于波动率。使用图 62 中相同的参数，改变波动率和无风险利率，下面的例子为我们揭示了将会发生的情况：

- 波动率为 75%时，期权价值为 4.34 美元
- 波动率为 25%时，期权价值为 3.14 美元
- 波动率为 5%时，期权价值为 0.01 美元

波动率越低，资产价格会波动到导致期权执行下限的概率越小。通过平衡波动率和起始下限值，可以计算出最佳的下限触发值。

图 63 中是股价下跌失效的看涨下限障碍期权。在这里，如果资产价值到达下限时，期权的价值为 0，只有在未突破下限时，期权才是有价值的。由于当资产价值高时，看涨期权的价值也高，资产价值低时，看涨期权的价值就低，所以这个股价下跌失效的看涨下限障碍期权与正常美式期权的价值几乎是一样的。障碍越高，下限障碍期权全的价值越小（案例文件夹：障碍期权——股价下跌失效的看涨下限障碍期权）。例如：

- 下限为 90 美元时，期权的价值为 42.19 美元
- 下限为 100 美元时，期权的价值为 41.58 美元

图 62 和 63 是美式障碍期权。将中间方程设置为 `OptionOpen` 就得到了欧式障碍期权。

此

外，对于某些类型的合约期权，可以设置保留等待期。对于百慕大障碍期权，可以保留与美式障碍期权同样的期中节点公式，但是将保留等待期阶段的中间方程设置为 `OptionOpen`，并输入相应的保留等待期网格步数。最后，如果障碍的目标值是随时间变动的，那就要设置多个不同价值和起始步数的自定义变量，变量名为 `Barrier`。

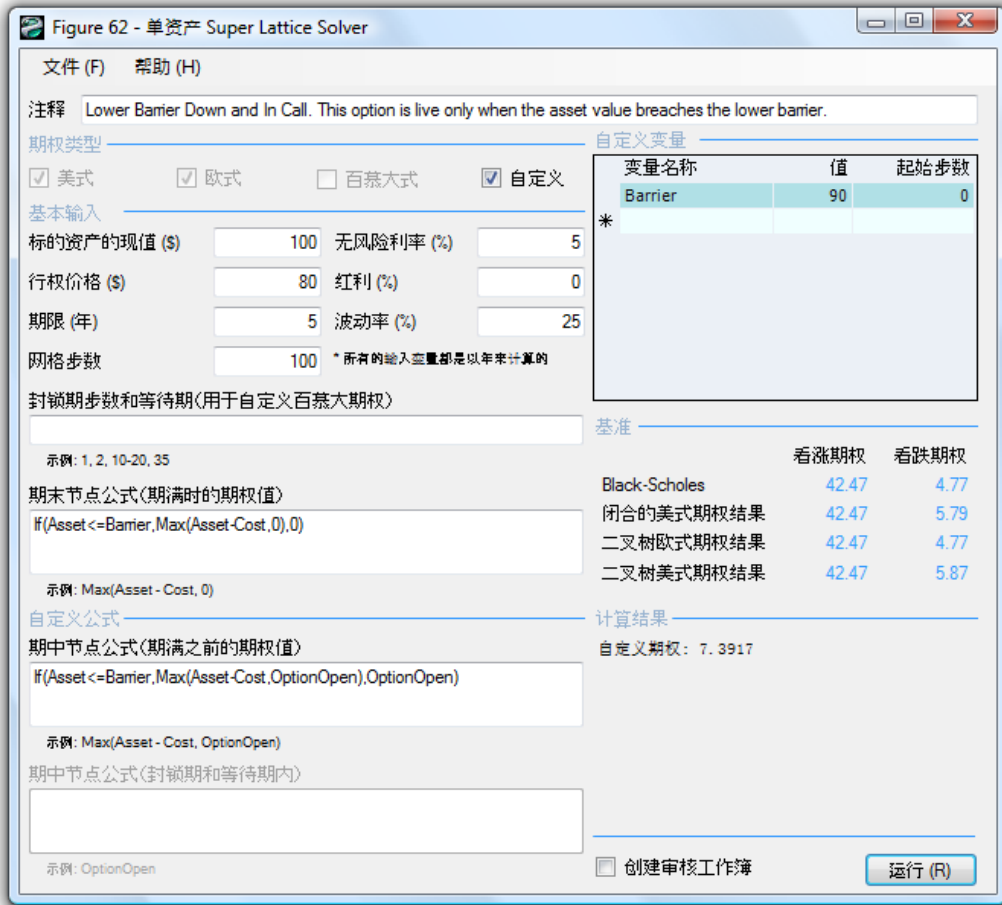


图 62: 美式下界障碍期权

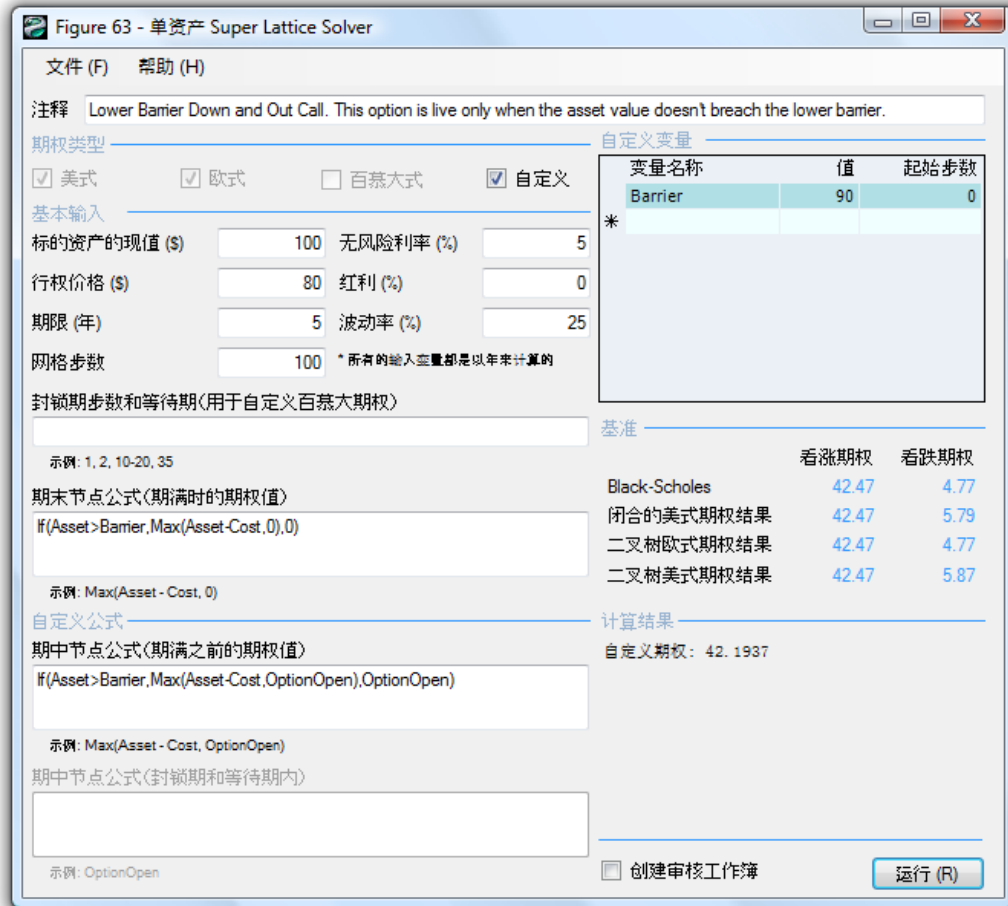


图 63: 美式外下界障碍期权

美式和欧式上界障碍期权

上界障碍期权描述的是当资产价值降低到一个人为的高于资产价值的上界障碍时，不管此时是赚钱还是赌输，期权的战略价值（同时适用于看涨和看跌期权）。因此，一个股价向上生效期权（看涨和看跌）是指当资产价值上升到上界时生效的期权。相反地，股价向上终止期权只有在未达到上界时才是有效的。这与下限障碍期权非常类似，只是此时的障碍是高于资产的起始价值的。也就是说，上界 $>$ 执行成本，且上界 $>$ 资产起始价值。

这种期权的例子可能包含在合同中，当达到某个上界时，合同中的某些事件或条款就被触发了。障碍期权的价值低于标准期权，因为障碍期权只在价格的一小段范围内有价值。障碍期权的持有者失去了传统期权的一些价值，因此这种期权比标准期权的定价低。举个例子，当资产或项目的价值突破障碍时，为什么合同的作者可以得到或放弃某些职责的合同就是障碍期权。

从图 64 中我们可以看出，向上生效上界美式障碍期权的价值稍稍低于标准美式看涨期权。这是因为当资产价值小于障碍但是大于执行成本这个阶段的期权价值被损失了。很明显，上界越高，向上生效上界障碍期权的价值就越低，因为因资产价值低于上界而无法执行期权损失了更多的期权价值（使用的案例文件夹：障碍期权——向上生效上界障碍看涨期权）。例如：

- 当上界为 110 美元时，期权的价值为 41.22 美元
- 当上界为 120 美元时，期权的价值为 39.89 美元

相反地，向上终止上界美式期权的价值更低，因为这个障碍截短了期权的上涨潜力。

图 65 中是此类型期权的计算过程。很明显，上界越高，期权的价值越高（使用的案例文件夹：障碍期权——向上终止上界障碍看涨期权）。例如：

- 当上界为 110 美元时，期权的价值为 23.69 美元
- 当上界为 120 美元时，期权的价值为 29.59 美元

最后，注意有关无约束力障碍期权的一些问题。无约束力期权的例子包括：

- 当上界 \leq 执行成本时，此时向上终止上界障碍看涨期权是没有价值的
- 当上界 \leq 执行成本时，此时向上终止上界障碍看涨期权的价值回复到一个简单看涨期权的价值水平

上界障碍期权的例子是收缩期权。典型的例子有：

- 制造商约定在价格高于事先约定的上界价格水平时不出售他的产品。
- 顾客同意在一定的数量范围内按照产品的市场价格支付，如果超过一定的价格上界，此份合约就失效了。

图 64 和 65 中是美式障碍期权。将中间方程设置为 `OptionOpen` 就得到了欧式障碍期权。此外，对于某些类型的合约期权，可以设置保留等待期。对于百慕大障碍期权，可以保留与美式障碍期权同样的中间方程，但是将保留等待期阶段的中间方程设置为 `OptionOpen`，并输入相应的保留等待期网格阶数。最后，如果障碍的目标值是随时间变动的，那就要设置多个不同价值和起始阶数的命名为障碍的自定义变量。

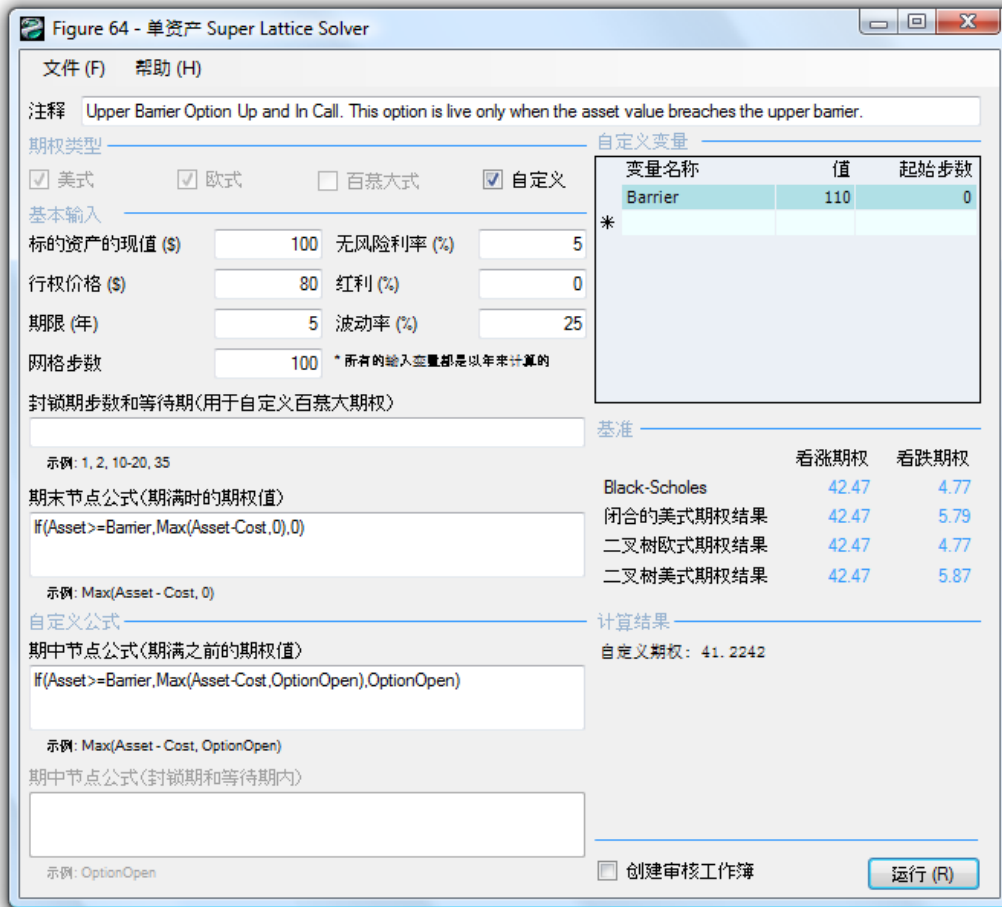


图 64: 上界美式障碍期权

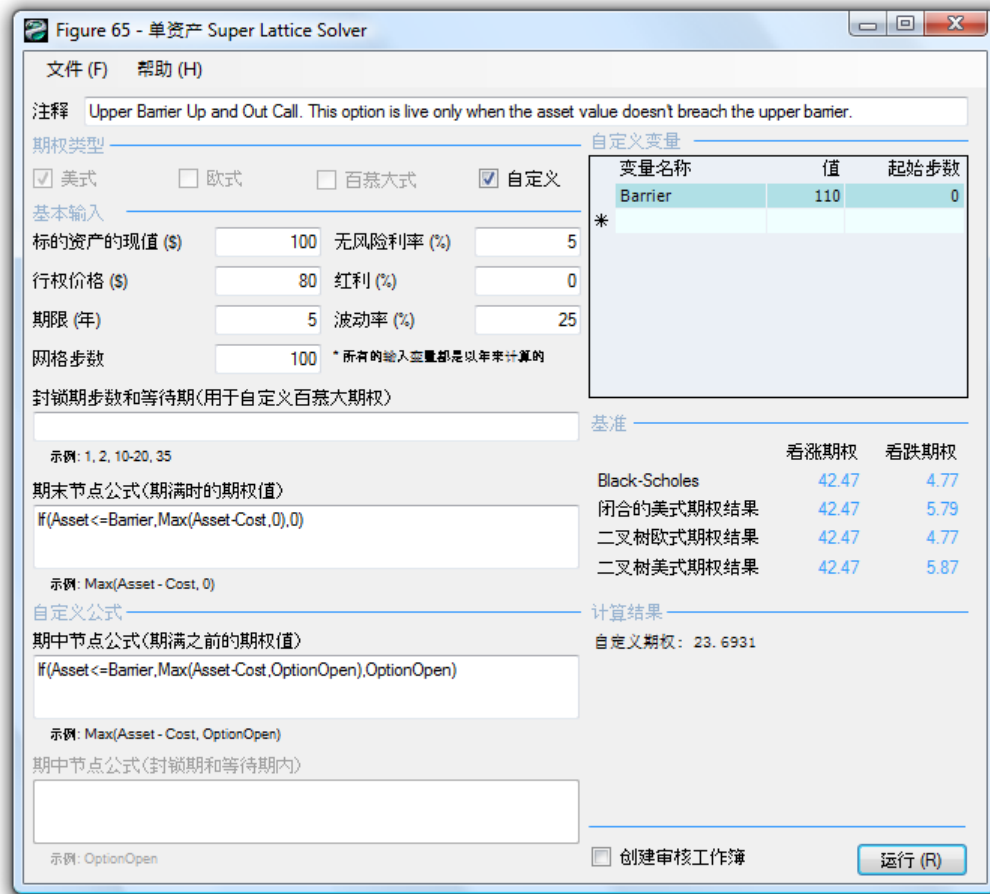


图 65: 上下界外障碍期权

美式和欧式双界障碍期权和奇异障碍

我们利用二叉网格来解决双界障碍期权问题。这个模型衡量的是当资产价值到达事先约定的上界或下限时，不管此时是赚钱还是赌输，期权的战略价值（同时适用于看涨和看跌期权）。因此，向上生效和向下生效期权（同时适用于看涨和看跌期权）只有当达到上界或下限时才开始生效。相反地，向上终止和向下种植期权只有在未超过上下限的范围内时才是有效的。这种期权的例子可能包含在合同中，当达到某个上界时，合同中的某些事件或条款就被触发了。障碍期权的价值低于标准期权，因为障碍期权只在价格的一小段范围内有价值。障碍期权的持有者失去了传统期权的一些价值，因此这种期权比标准期权的定价低。

图 66 中是一个美式向上和向下生效障碍期权。它是之前的上界障碍期权和下限障碍期权的结合。所以同样的逻辑也适用于这个双界障碍期权。

图 66 是利用 SLS 解决的美式障碍期权的图示。将期中节点公式设置为 `OptionOpen` 就得到了欧式障碍期权。此外，对于某些类型的合约期权，可以设置等待期。对于百慕大障碍期权，可以保留与美式障碍期权同样的中间方程，但是将保留等待期阶段的中间方程设置为 `OptionOpen`，并输入相应的保留等待期网格阶数。最后，如果障碍的目标值是随时间变动的，那就要设置多个不同价值和起始阶数的命名为障碍的自定义变量。

当障碍期权中融入其他期权时就形成了奇异障碍期权。例如，扩展某个期权，令其只能在资产净现值超过某一初始值时执行，或是某个收缩期权，其中原料供应商只能在其降低到无亏损点时才能执行这个期权。同样的，这种类型的期权也可以利用 SLS 来模拟。

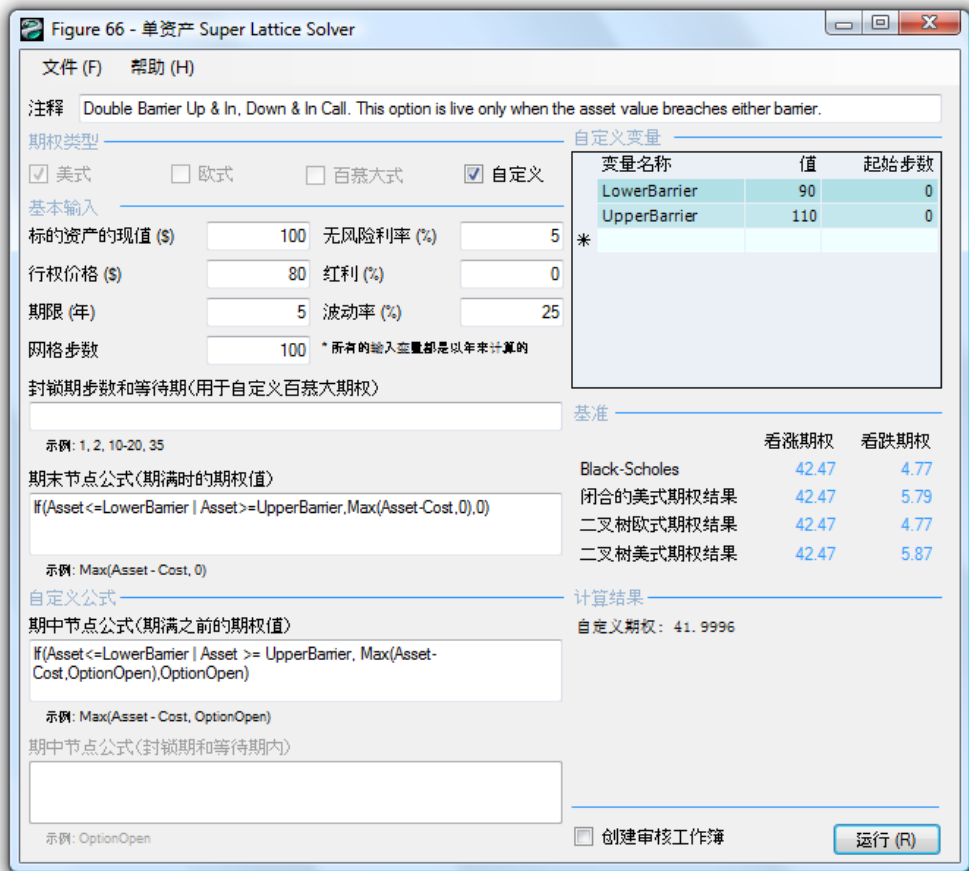


图 66: 向上和向下的双界障碍期权

第三节 雇员股票期权

含有等待期的美式雇员股票期权

图 67 示范了如何模拟一个存在等待期和封锁期的雇员股票期权。输入封锁期 (0-39)。因为已经使用了封锁期输入框, 所以还需要输入期末公式 (TE), 期中公式 (IE), 以及封锁期的期中公式 (IEV)。在 TE 栏输入 $Max(Stock-Strike,0)$; 在 IE 栏里输入 $Max(Stock-Strike,0,OptionOpen)$; 在 IEV 栏输入 $OptionOpen$ (使用的示例文件: 封锁期雇员股票期权)。这意味着期权或者被执行, 或是保留到过期终止失去价值; 在中间结点提前执行或是保持期权开放; 在封锁期内不允许执行期权保持期权开放。得到的结果为 49.73 美元 (图 67), 这个值可以通过使用 ESO Valuation Toolkit (图 68) 来验证。ESO Valuation Toolkit 是 Real Options Valuation 公司开发出的另一款软件工具, 专门用于解决遵循 2004 FAS 123 的雇员股票期权问题。事实上, 财务会计准则委员会在 2004 年 12 月 FAS 123 条款的最终版使用的估值案例就采用了该软件。在开始接触 ESO 估值之前, 我们建议使用者先阅读 Dr. Johnathan Mun 的《雇员股票期权定价》一书作为基础。

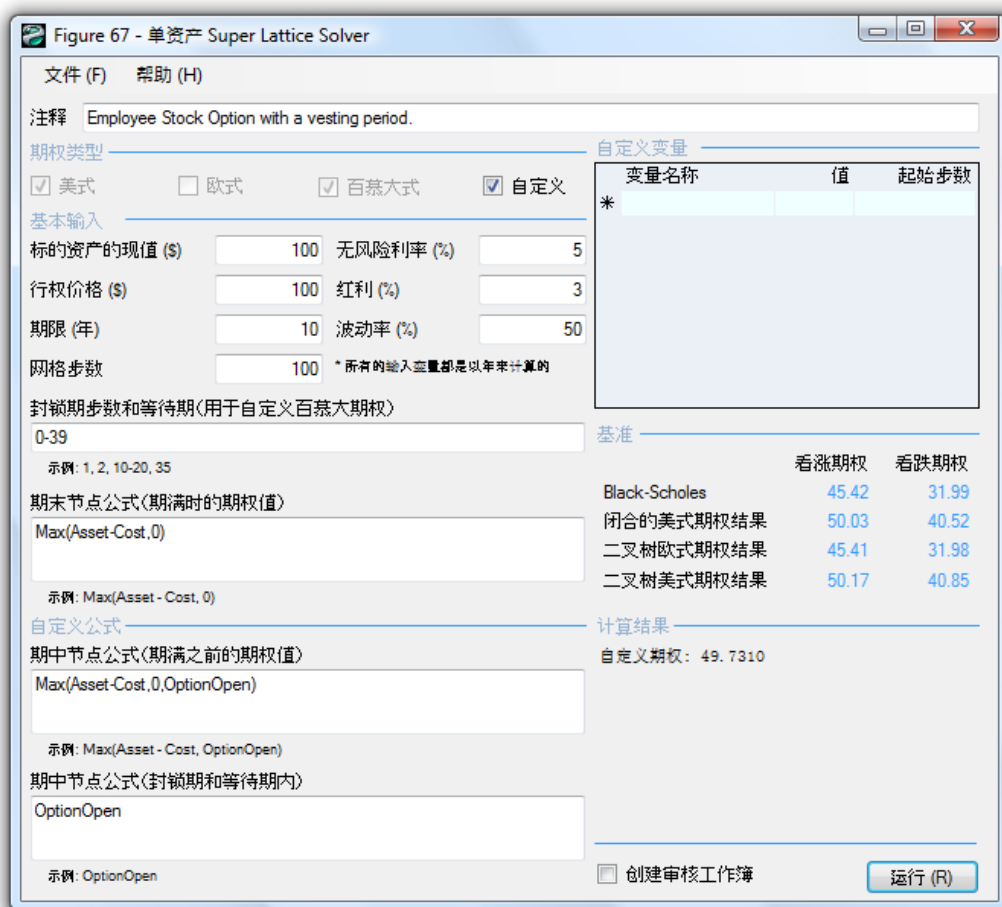


图 67: 含有等待期看涨期权的 SLS 结果

American Option with Vesting Requirements

Assumptions		Intermediate Calculations	
Stock Price (\$)	\$100.00	Stepping-Time (dt)	1.0000
Strike Price (\$)	\$100.00	Up Step-Size (up)	1.6487
Maturity in Years (.)	10.00	Down Step-Size (down)	0.6065
Risk-Free Rate (%)	5.00%	Risk-Neutral Probability (prob)	39.69%
Dividends (%)	3.00%		
Volatility (%)	50.00%		
Vesting in Years (.)	4.00		

Calculate
Main Menu
Analyze

Results	
10-Step Lattice Results	\$48.98
Generalized Black-Scholes	\$45.42
American Closed-Form Approx.	\$50.03
100-Step Binomial Super Lattice	\$49.73
Binomial Super Lattice Steps	100 Steps ▼
10-Step Trinomial Super Lattice	\$44.95
Trinomial Super Lattice Steps	10 Steps ▼

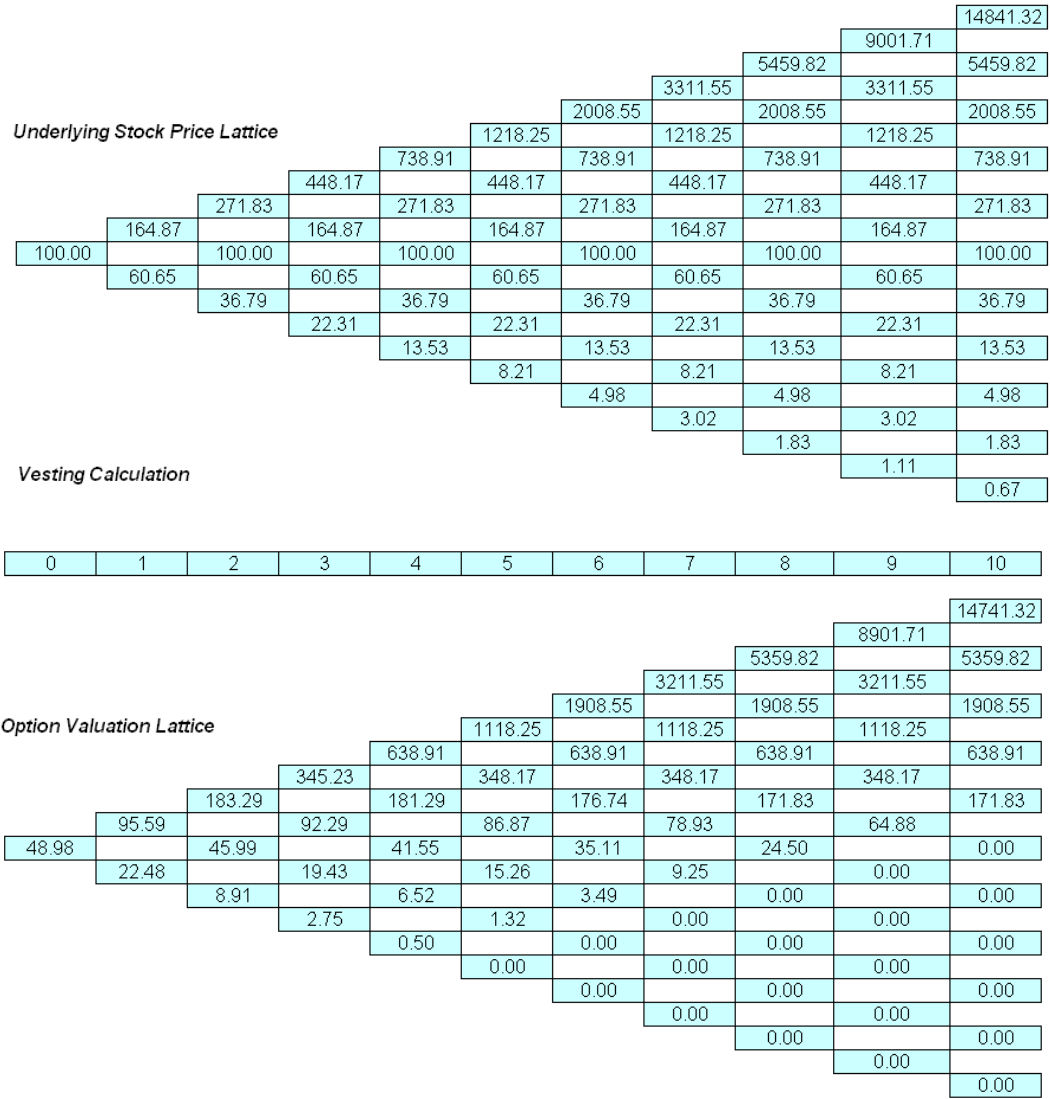


图 68: 含有等待期看涨期权的 ESO Valuation Toolkit 结果

含有次优执行行为的美式雇员股票期权

图 69 中的例子为我们解释了如何将非最佳执行行为倍数纳入我们的分析之中，以及如何使用自定义变量列表（使用的示例文件：含有次优执行行为的雇员股票期权，本例中将期数改为 100 期）。TE 与上例相同，但是 IE 项假定：如果股票价格在未来某个时刻超过了次优执行乘数和行权价格的乘积，那么就在这个非最佳时刻执行此期权。注意这里我们没有使用 IEV，因为我们没有假定存在任何封锁期。此外，我们还将这个次优执行乘数变量添加到自定义列表上，其相关值为 1.85，起始期数为 0。这意味着 1.85 这个值从 0 期开始在网格上生效一直到 100 期。同样的，我们也可以使用 ESO Toolkit（图 70）来验证这个结果。

The screenshot shows the 'Figure 69 - 单资产 Super Lattice Solver' window. The title bar includes '文件 (F)' and '帮助 (H)'. The main area is divided into several sections:

- 注释:** Employee Stock Option with suboptimal exercise multiples.
- 期权类型:** Includes checkboxes for '美式' (checked), '欧式', '百慕大式', and '自定义'.
- 基本输入:** Fields for '标的资产的现值 (\$)' (100), '无风险利率 (%)' (5), '行权价格 (\$)' (100), '红利 (%)' (0), '期限 (年)' (10), '波动率 (%)' (10), and '网格步数' (100). A note states '* 所有的输入变量都是以年来计算的'.
- 自定义变量:** A table with columns '变量名称', '值', and '起始步数'. It contains one entry: 'Suboptimal' with a value of 1.85 and a starting step of 0.
- 基准:** A table comparing '看涨期权' and '看跌期权' results for 'Black-Scholes', '闭合的美式期权结果', '二叉树欧式期权结果', and '二叉树美式期权结果'.
- 自定义公式:** Fields for '期中节点公式(期满之前的期权值)' containing 'IF(Asset>=Suboptimal*Cost,Max(Asset-Cost,0),OptionOpen)' and '期中节点公式(封锁期和等待期内)'.
- 计算结果:** Shows '自定义期权: 36.4289'.
- Buttons:** '创建审核工作簿' and '运行 (R)'.

变量名称	值	起始步数
Suboptimal	1.85	0

	看涨期权	看跌期权
Black-Scholes	39.94	0.59
闭合的美式期权结果	39.94	3.33
二叉树欧式期权结果	39.94	0.59
二叉树美式期权结果	39.94	3.45

图 69: 含有次优执行行为看涨期权的 SLS 结果

含有等待期和次优执行行为的美式雇员股票期权

下面我们来了解一下含有等待期和次优执行行为的雇员股票期权。它就是前两个案例的简单扩展。同样，我们也可以用图 72 中的 ESO Toolkit 包来验证（图 71 中的）9.22 美元这个结果。

（使用的示例文件：含有等待期和次优执行行为的美式雇员股票期权）。

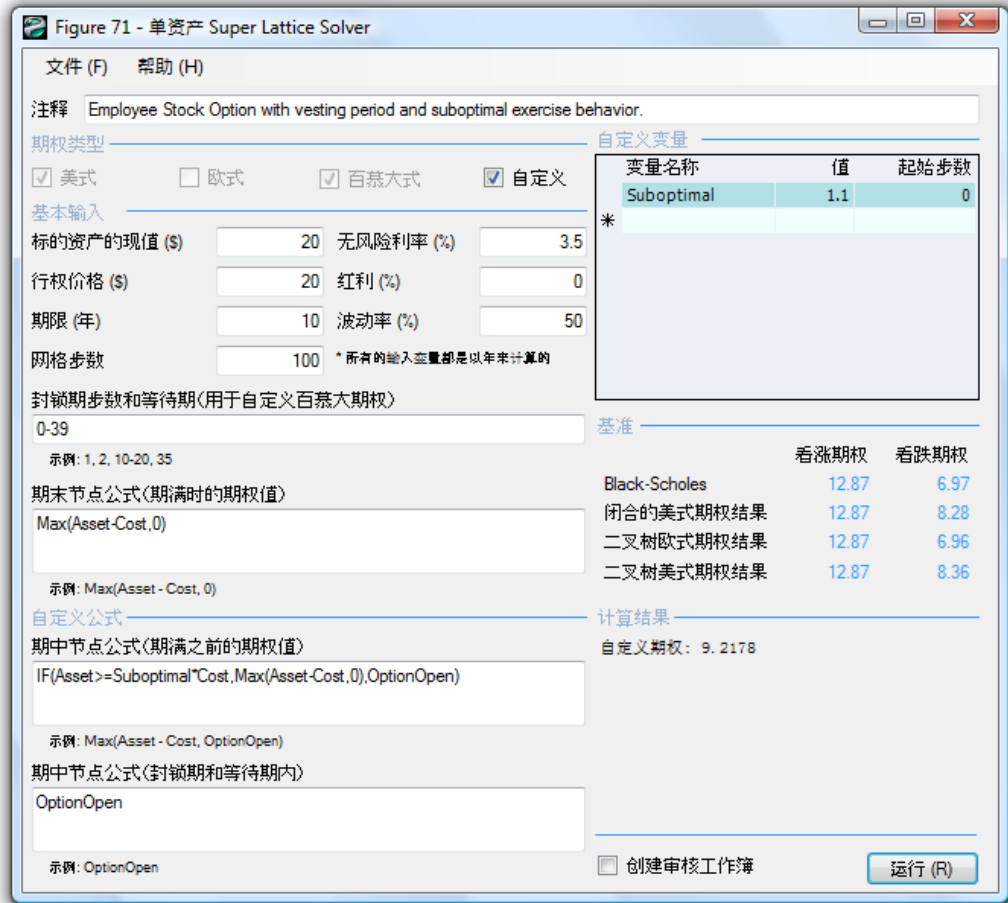


图 71: 含有等待期和次优执行行为的看涨期权的 SLS 结果

American Option with Vesting and Suboptimal Behavior

Assumptions:	
Stock Price (\$)	\$20.00
Strike Price (\$)	\$20.00
Maturity in Years (.)	10.00
Risk-free Rate (%)	3.50%
Dividends (%)	0.00%
Volatility (%)	50.00%
Suboptimal Exercise Multiple (.)	1.10
Vesting in Years (.)	4.00

Intermediate Calculations	
Stepping-Time (dt)	1.0000
Up Step-Size (up)	1.6487
Down Step-Size (down)	0.6065
Risk-neutral Probability (prob)	41.17%

Results	
10-Step Lattice Results	\$10.61
Generalized Black-Scholes	\$12.87
100-Step Binomial Super Lattice	\$9.22
Binomial Super Lattice Steps	100 Steps ▼
100-Step Trinomial Super Lattice	\$9.43
Trinomial Super Lattice Steps	100 Steps ▼

Calculate
Main Menu
Analyze

Underlying Stock Price Lattice

									2968.26	
								1800.34		
							1091.96		1091.96	
						662.31		662.31		
					401.71		401.71		401.71	
				243.65		243.65		243.65		
			147.78		147.78		147.78		147.78	
		89.63		89.63		89.63		89.63		
	54.37		54.37		54.37		54.37		54.37	
20.00	32.97	20.00	32.97	20.00	32.97	20.00	32.97	20.00	20.00	
	12.13		12.13		12.13		12.13		12.13	
		7.36		7.36		7.36		7.36		
			4.46		4.46		4.46		4.46	
				2.71		2.71		2.71		
					1.64		1.64		1.64	
						1.00		1.00		
							0.60		0.60	
								0.37		
									0.22	
										0.13

Option Valuation Lattice

										2948.26
									1780.34	
								1071.96		1071.96
							642.31		642.31	
						381.71		381.71		381.71
					223.65		223.65		223.65	
				127.78		127.78		127.78		127.78
			70.32		69.63		69.63		69.63	
		37.93		34.37		34.37		34.37		34.37
	20.17		17.55		12.97		12.97		12.97	
10.61	8.97	20.17	8.97	17.55	12.97	20.17	8.97	17.55	12.97	0.00
	4.55		3.50		2.98		2.05		5.16	
		1.74		1.37		0.82		0.00	0.00	0.00
			0.62		0.32		0.00		0.00	0.00
				0.13		0.00		0.00	0.00	0.00
					0.00		0.00		0.00	0.00
						0.00		0.00	0.00	0.00
							0.00		0.00	0.00
								0.00	0.00	0.00
									0.00	0.00
										0.00

图 72: 说明含有等待期和次优执行行为看涨期权的 ESO Toolkit 结果

含有等待期、次优执行行为、封锁期和离职率的美式雇员股票期权

图 73 中的例子将离职率这个因素融入到我们的分析之中(使用的示例文件: 含有等待期、次优执行行为、封锁期和离职率的雇员股票期权)。这意味着如果期权处于等待期之外, 当股票价格超过高于次优执行乘数和行权价格的乘积这个阈值, 期权会被立刻执行。如果期权处于等待期之外但是没有超过该阈值, 那么只有当等待期外离职事件出现时才执行期权, 否则就保持期权开放。这意味着中间步骤是这些发生事件的概率加权平均值。最后, 当雇员在等待期离职, 那么这些期权就失效了, 这里我们使用的是等待期中离职率。在本例中, 我们假定了前后两个离职率是一样的, 这样我们可以利用 ESO Toolkit 检验所得的结果(图 74)。在其它一些案例中, 可以假定不同的离职率。

Figure 73 - 单资产 Super Lattice Solver

文件 (F) 帮助 (H)

注释 Employee Stock Option with vesting period, suboptimal exercise behavior and forfeiture rates.

期权类型

美式 欧式 百慕大式 自定义

基本输入

标的资产的现值 (\$) 100 无风险利率 (%) 5.5

行权价格 (\$) 100 红利 (%) 4

期限 (年) 10 波动率 (%) 45

网格步数 100 * 所有的输入变量都是以年来计算的

封锁期步数和等待期(用于自定义百慕大期权)

0-39

示例: 1, 2, 10-20, 35

期末节点公式(期满时的期权值)

Max(Asset-Cost, 0)

示例: Max(Asset - Cost, 0)

自定义公式

期中节点公式(期满之前的期权值)

IF(Asset >= Suboptimal * Cost, Max(Asset - Cost, 0), IF(Asset < Suboptimal * Cost, (ForfeiturePost * DT * Max(Asset - Cost, 0) + (1 - ForfeiturePost) * DT))

示例: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

期中节点公式(封锁期和等待期内)

(1 - ForfeiturePre * DT) * OptionOpen

示例: OptionOpen

自定义变量

变量名称	值	起始步数
Suboptimal	1.8	0
ForfeiturePost	0.1	0
ForfeiturePre	0.1	0
DT	0.1	0

基准

	看涨期权	看跌期权
Black-Scholes	37.45	28.11
闭合的美式期权结果	43.20	36.50
二叉树欧式期权结果	37.44	28.11
二叉树美式期权结果	43.33	36.74

计算结果

自定义期权: 26.1821

创建审核工作簿

运行 (R)

图 73: 解释含有等待期, 离职率, 次优执行行为和封闭期看涨期权的 SLS 结果

Customized American Option

Assumptions	
Stock Price (\$)	\$100.00
Strike Price (\$)	\$100.00
Maturity in Years (.)	10.00
Risk-free Rate (%)	5.50%
Dividends (%)	4.00%
Volatility (%)	45.00%
Suboptimal Exercise Multiple (.)	1.80
Vesting in Years (.)	4.00
Forfeiture Rate (%)	10.00%

Results	
Generalized Black-Scholes	\$37.45
100-Step Super Lattice	\$26.18
Super Lattice Steps	100 Steps

- Calculate
- Main Menu
- Analyze

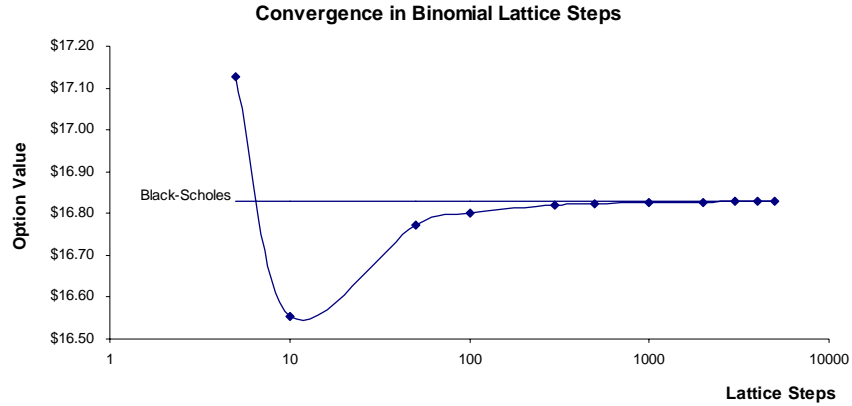
Additional Assumptions			
Year	Volatility %	Year	Risk-free %
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%

Please be aware that by applying multiple changing volatilities over time, a non-recombining lattice is required, which increases the computation time significantly. In addition, only smaller lattice steps may be computed. When many volatilities over time and many lattice steps are required, use Monte Carlo simulation on the volatilities and run the Basic or Advanced Custom Option module instead. For additional steps, use the ESC Function:

图 74: 说明含有等待期，离职率，次优执行行为和封闭期的 ESO 工具包结果

附录 A：网格收敛

网格步数越大，所得的结果越精确。图 A1 中是一个利用 BSM 闭合模型解决的不考虑红利率的欧式看涨期权的收敛结果，将其与基本的二叉网格对比一下。收敛一般在 500 到 1000 期的时候达到。由于产生结果所需步数很大，我们用软件来实现了该算法。例如，一个 1000 步的不重合的二叉网格共有 2×10301 结点的计算过程，所以如果不使用专门的算法，笔算根本是不可能实现的。图 A1 中还展示了不同步数二叉网格的结果，并展示了一个使用 Black-Scholes 模型计算的简单欧式看涨期权的收敛结果。



Black-Scholes 结果:	12.336 美元
5-步二叉网格:	12.795 美元
10-步二叉网格:	12.093 美元
20-步二叉网格:	12.213 美元
50-步二叉网格:	12.287 美元
100-步二叉网格:	12.313 美元
1000-步二叉网格:	12.336 美元

图 A1: 闭合期权的二叉网格收敛结果

附录 B：波动率估计

在期权模型中，我们有几种方法可以用于估计波动率。最常见和最有效的方式有：

- **对数现金流收益法或对数股票价格收益法：**主要用于计算流动资产和可买卖资产的波动率，例如金融期权中的股票。有时也用于油价和电价这类可买卖资产。这种方法的缺点在于有小部分现金流可能会夸大波动率，并且当出现负现金流时，不能使用此模型。这种方法的优点在于其计算方便，透明和建模的灵活性。此外，不需要进行模拟就可以得到波动率的估计值。
- **对数现值收益法：**主要用于计算会产生现金流的资产的波动率，一个典型的应用就是在实物期权中。这种方法的缺陷在于为了得到单一的波动率必须进行模拟，而且不能应用于那么高流动的资产，例如股票价格。这种方法的优势在于其调整某些负现金流的能力，在分析上比对数现金流收益法更严密，在分析资产的时候提供更精确和更保守的波动率估计值。
- **一般自回归移动平均模型（GARCH）：**主要用于计算流动资产和可买卖资产的波动率，例如金融期权中的股票。有时也用于油价和电价这类可买卖资产。缺陷是需要大量数据，高级计量经济学建模技术，并且这种方法对使用者的处理很敏感。其优势在于其严密的统计学分析为我们找到了最佳拟合波动率曲线，提供不同的波动率估计值。
- **管理假设和猜想：**可同时适用于金融期权和实物期权。缺陷在于波动率的估计值非常不可靠，仅凭主观猜测。其优势在于其简单性——这种方法可以很容易的向管理者陈述波动率的概念——执行和解释都很简单。
- **可比市场代理或指数：**主要用于比较流动性和非流动性资产，在可比较市场，部门或行业数据可获得的情况下。其缺陷在于有时很难找到合适的比较公司，结果会受到主观挑选或排除某些公司的操作的影响。优点在于其便于使用。

波动率估计（对数现金流收益/股票价格收益法）

对数现金流收益法或对数股票价格收益法是利用个别未来现金流估计，可比现金流估计，历史价格等生成相应的对数相关收益率来计算波动率，如图 B1 所示。从一系列的预测未来现金流或历史价格入手，将其转换为相应的收益。然后计算这些相关收益的自然对数。这些自然对数收益的标准差就是现金流的周期波动率。图 B1 中的样本数据所计算出的周期波动率为 25.58%。这个数值还必须被转换为按年计算的。

不管采用何种方法，在实物期权或金融期权分析中使用的周期波动率必须是按年计算的波动率。根据使用的周期现金流或股票价格，可以利用公式 $\sigma\sqrt{P}$ 将计算出的波动率转换成按年计算的，这里的 P 代表年数， σ 是周期波动率。例如，假设根据月现金流数据计算出的波动率为 10%，那么按年计算的波动率就为 $10\%\sqrt{12} = 35\%$ 。同样的，对日数据来说，P 为 365（或是 250 个交易日，而不是日历日），对季度数据来说，P 为 4，对于半年数据来说，P 为 2，对于年度数据来说，P 就为 1。

注意图 B1 中的收益数要少于周期总数。也就是说，从 0 期到第 5 期，一共存在六个现金流，但是只有 5 个现金流相关收益。当估计流动性资产和经常买卖资产——历史股票价格，历史油价和电价时这种方法很有效——但是在计算标的资产会产生现金流的实物期权时，这种方法就失效了。这是因为为了得到有效的结果，需要许多数据，在模拟实物期权时，利用 DCF 模型产生的现金流只能位于第 5 到第 10 期。相反地，有大量的历史股票价格或油价可以被下载和分析。对于小的数据集，这种方法会高估波动率。

时间	现金流	现金流相关收益率	现金流相关收益率的自然对数 (X)
0	\$100	-	-
1	\$125	\$125/\$100= 1.25	ln(\$125/\$100) = 0.2231
2	\$95	\$95/\$125 = 0.76	ln(\$95/\$125) = -0.2744
3	\$105	\$105/\$95 = 1.11	ln(\$105/\$95) = 0.1001
4	\$155	\$155/\$105= 1.48	ln(\$155/\$105) = 0.3895
5	\$146	\$146/\$155= 0.94	ln(\$146/\$155) = -0.0598

图 B1: 对数现金流收益法

波动率估计值的计算公式为:

$$volatility = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 25.58\%$$

N 代表收益率 X 的期数, \bar{x} 是 X 的平均值。

为了进一步解释这种方法的使用, 图 B2 中是从雅虎网站金融板块上下载微软公司的股票价格, 这是一个免费的公共资源。可以通过装载案例文件夹跟随我们一起操作这个例子: 开始/程序/实物期权定价/Real Option SLS/波动率估计, 选择工作表中的对数现金流法。图 B2 中 A 列到 G 列中的数据可以从雅虎网上下载。单元格 I3 中的公式 $LN(G3/G4)$ 是用于计算相关每周收益率的自然对数值, 对整列进行该操作。单元格 J3 中的公式 $STDEV(I3:I54)*SQRT(52)$ 计算的是年 (通过乘以一年中星期总数的平方根) 波动率 (通过取 2004 年 52 个星期数据的标准差)。然后将单元格 J3 中的公式复制到整列来计算年波动率的移动窗口。本例中使用的波动率是 52 周移动窗口的平均值, 涉及了两年的数据。也就是说, 单元格 L8 的公式为 $AVERAGE(J3:J54)$, 单元格 J54 的公式为: $STDEV(I54:I105)*SQRT(52)$, 那么 105 行代表的就是 2003 年 1 月了。这意味着 52 周的移动窗口描述了过去两年内的平均波动率, 那些稀少但是剧烈波动的部分不能决定波动率的计算。当然, 我们还应该计算出中位波动率。如果中位偏离平均值的幅度很大, 那么波动率就是有偏的, 我们应该使用中位值, 否则, 我们就应该使用平均值。最后, 这 52 个波动率要被输入 Monte Carlo 仿真 Risk Simulator 软件, 就可以计算出波动率了。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Downloaded Weekly Historical Stock Prices of Microsoft							Volatility Computations					
2	Date	Open	High	Low	Close	Volume	Adj. Close*	LN Relative Returns	Moving Average Volatilities				
3	27-Dec-04	27.01	27.10	26.68	26.72	52388840	26.64	-0.0108	17.87%				
4	20-Dec-04	27.01	27.17	26.78	27.01	77413174	26.93	0.0019	17.84%				
5	13-Dec-04	27.10	27.40	26.80	26.96	108628300	26.88	-0.0045	17.85%				
6	6-Dec-04	27.10	27.44	26.91	27.08	83312720	27.00	-0.0055	18.00%				
7	29-Nov-04	26.64	27.44	26.61	27.23	83103200	27.15	0.0235	18.13%				
8	22-Nov-04	26.75	26.82	26.10	26.60	61834599	26.52	-0.0098	18.03%	Average		21.89%	
9	15-Nov-04	27.34	27.50	26.84	26.86	75375960	26.78	-0.0011	18.10%	Median		22.30%	
10	8-Nov-04	29.18	30.20	29.13	29.97	109385736	26.81	0.0223	18.20%				
11	1-Nov-04	28.16	29.36	27.96	29.31	85044019	26.22	0.0468	18.28%				
12	25-Oct-04	27.67	28.54	27.55	27.97	70791679	25.02	0.0084	17.71%				
13	18-Oct-04	28.07	28.89	27.58	27.74	74671318	24.81	-0.0092	17.80%				
14	11-Oct-04	28.20	28.27	27.80	27.99	48396360	25.04	0.0000	19.68%				
15	4-Oct-04	28.44	28.59	27.97	27.99	52998320	25.04	-0.0091	19.69%				
16	27-Sep-04	27.17	28.32	27.04	28.25	61783760	25.27	0.0346	19.68%				
17	20-Sep-04	27.44	27.74	27.07	27.29	59162520	24.41	-0.0082	19.62%				
18	13-Sep-04	27.53	27.57	26.74	27.51	51599880	24.61	0.0008	20.52%				
19	7-Sep-04	27.29	27.51	27.14	27.49	51935175	24.59	0.0139	21.30%				
20	30-Aug-04	27.30	27.68	26.85	27.11	45125980	24.25	-0.0127	21.25%				
21	23-Aug-04	27.27	27.67	27.09	27.46	40526880	24.56	0.0123	22.29%				
22	16-Aug-04	27.03	27.50	26.89	27.20	52571740	24.26	0.0066	22.29%				
23	9-Aug-04	27.26	27.75	26.86	27.02	51244080	24.10	-0.0041	22.42%				
24	2-Aug-04	28.27	28.55	27.06	27.14	56739100	24.20	-0.0488	22.42%				
25	26-Jul-04	28.36	28.81	28.13	28.49	65555220	25.41	0.0163	21.97%				
26	19-Jul-04	27.62	29.89	27.60	28.03	114579322	25.00	0.0198	22.11%				
27	12-Jul-04	27.67	28.36	27.25	27.48	57970740	24.51	-0.0138	22.02%				
28	6-Jul-04	28.32	28.33	27.55	27.86	61197249	24.85	-0.0250	22.04%				
29	28-Jun-04	28.60	28.84	28.17	28.57	66214339	25.48	0.0000	22.07%				
30	21-Jun-04	28.22	28.66	27.81	28.57	82202478	25.48	0.0079	22.30%				
31	14-Jun-04	26.55	28.50	26.53	28.35	97727643	25.28	0.0574	22.48%				

图 B2: 计算微软公司 1 年期的年波动率

当然这种方法有优点也有缺点。这种方法执行很方便，不需要利用蒙特卡罗仿真获得单点波动率估计值。这种方法在数学上很有效，被广泛用于金融资产的波动率估计。但是，对于实物期权分析，有几点需要重点注意的地方。当某些阶段出现负现金流时，相关收益率会出现负值，负值是不存在自然对数的。因此，此时的波动率就不能捕捉可能存在的低端的现金流，产生错误的结果。此外，自相关的现金流（利用时间序列预测方法估计）或是按一个静态增长率增长的现金流会得到错误的波动率估计值。这些情况尤其需要引起我们的注意。这个缺陷在那些诸如历史股票价格和油价电价这样只取正值的大数据集里可以避免。

图 B2 中显示这种方法非常适用于拥有很多历史数据的流动性和可买卖资产的计算。这种方法之所以不适用于实物期权分析中的现金流波动率的计算是因为数据的缺乏。例如以下这个年现金流：100, 200, 300, 400, 500，其波动率为 20.08%，与 100, 200, 400, 800, 1600 这个年现金流比较，其波动率为 0%，而 100, 200, 100, 200, 100, 200 这个现金流的波动率为 75.93%。所有这些现金流看起来都非常确定的，但是得到不同的波动率。此外，第三组负自相关现金流的波动性实际上应该比较小（因为其循环的特征，总是回复到一个基础水平），但是计算出的波动率却很高。第二组现金流看起来比第一组的风险更大，因为波动的更加剧烈，但是其波动率却为 0%。因此，对于小的数据集应用这种方法时要十分小心。

当应用到股票价格和非负的历史数据时，这种方法就是简单有效的。但是，如果应用于实物期权资产，其折现现金流很可能取负值，计算结果就会出现错误（例如，负值是不存在对数的）。但是，可以采取一定的方式来避免这种错误。第一种方法就是上升的折现现金流模型，从自由现金流到净收入，到营业收入（EBITDA 扣除利息、税项、折旧及摊销前盈利），甚至上对收益和价格也进行提升，此时所有的值就都为正数了。如果采用这种方式，那么必须注意为了具有可比较性，其他的期权和项目也必须这样建模。同时，当某一变量的波动率，风险和不确定性高于资产负债表的帐上项目时，这种方法也被证明是正当的。例如，决定石油天然气公司成败的关键因素就是油价（价格）和生产率（数量），两者相乘就是收益。此

外，如果折现现金流里的其它项目都按照固定的一个比例（例如，营业费用占收益的 25%或是 EBITDA 占收益的 10%等等），那么我们唯一感兴趣的地方就是收益的波动率了。事实上，如果比例保持不变，波动率的计算是一样的（例如，\$100, \$200, \$300, \$400, \$500 的收益，EBITDA 占 10%即为\$10, \$20, \$30, \$40, \$50，计算出的波动率为 20.08%）。最后，我们将石油天然气的例子更深入一步分析，假定在这个折现现金流收益线下不存在其它的市场风险，计算此时的收益波动率仍就是正当的，因为这个公司可能拥有国际业务，其税率水平和金融杠杆都不同（不同的融资方式）。波动率只能应用于市场风险，而不能应用于个体风险（的财物总监在获取国外贷款方面具有多强的谈判能力，或是的会计师在创造合法免税方面有多精明）。

现在应该了解了用这种方法计算波动率的技巧了，我们现在需要解释的是为什么我们要这样做！仅仅懂得技巧还不足以判断或解释为什么我们这样来分析问题。因此，让我们来看看基本的步骤，解释其背后的原理。

步骤 1：搜集相关数据，决定周期和期限。可以使用预测的金融数据（DCF 模型中的现金流），可比数据（可比市场数据，例如部门指数和行业平均值），或是历史数据（股票价格，或是油价和电价）。考虑到数据的周期和期限。在使用预测和可比较数据时，您的选择受到可获得的数据或是已模型的限制，一般是年度，季度或是月度数据，而且一般是在一定的时间范围内。当使用历史数据时，您的选择更加丰富。一般来说，日数据的随机波动性和白噪音都太大，会对波动率的计算产生不利影响。月度，季度和年度历史数据太宽泛，时间序列数据固有的波动性会被消除。如果可以获得的话，最佳的周期是周数据。在数据库里，所有的当天的，当周的波动都被消除了，但是固有的每周的波动却仍就存在。历史数据的期限也非常重要。特殊时间阶段尤其需要关注（例如，互联网泡沫，全球衰退，经济不景气，恐怖袭击）。也就是说，如果这些是可能再次发生的真实事件，因此它们是商业活动中不可避免的系统风险，而不是外露的风险？在上述图 B2 中，我们是使用了一个 2 年的周期。很明显，如果期权的期限是三年的话，那么就应该考虑 3 年的周期，除非得不到数据，或是某些特殊事件让我们不能使用太早期的数据。

步骤 2：计算相对收益。在几何平均数中我们使用相对收益，在算术平均数中我们使用的是绝对收益。为了进一步解释，我们可以假设以 100 美元的价格购买了一个资产或股票。保留了一段时期然后它的价值增加了一倍，为 200 美元，这意味着的绝对收益为 100%。变得贪婪，决定再多持有一段时间，然后卖掉获得资本收益。下个阶段资产的价值又下降到 100 美元，这意味着损失了一半的价值，或是绝对收益为-50%。的股票经纪人打电话告诉在两阶段的平均收益为 25%（100%和-50%的算术平均值为 25%）！开始时拥有 100 美元，最后还是 100 美元。很明显没有获得 25%的收益。因此，当出现波动时，算术平均数会夸大平均值——在股票市场或是实物期权项目中波动是很常见的，否则在波动率很低的情况下，期权就没有存在的价值了，也就没有必要进行期权分析了。采用几何平均数来计算收益可能是一种更好的方式。计算过程如下，可以清楚地看到在几何平均数的计算之中包含了相对收益的计算。意思就是，如果价格从 100 美元上升到 200 美元，那么相对收益为 2.0，绝对收益为 100%；或是当价格从 100 美元下降到 90 美元时，相对收益为 0.9（任何小于 1.0 的数都代表着损失），绝对收益为-10%。因此，为了避免计算过程中的夸大，我们在步骤 2 中使用相对收益。

$$\text{Geometric Average} = \sqrt[\text{PERIODS}]{\left(\frac{\text{Period 1 End Value}}{\text{Period 1 Start Value}}\right)\left(\frac{\text{Period 2 End Value}}{\text{Period 2 Start Value}}\right)\dots\left(\frac{\text{Period n End Value}}{\text{Period n Start Value}}\right)} = \sqrt[2]{\left(\frac{200}{100}\right)\left(\frac{100}{200}\right)} = 1.0$$

几何平均数

步骤 3: 计算相对收益的自然对数。为什么使用自然对数呢, 我们有两个理由。第一是为了对应按指数规律的布朗运动随机过程。回顾布朗运动的方程为:

$$\frac{\Delta S}{S} = e^{\mu(\Delta t) + \sigma \epsilon \sqrt{\Delta t}}$$

为了计算等式中的波动率 (σ) (不考虑它是要用于仿真, 网格还是闭合模型之中, 因为布朗运动是这三者的基本假设), 我们要使用自然对数。自然对数的指数可以消除以上等式中彼此之间的影响。第二, 在计算几何平均数时使用相对收益, 然后相乘并以相应的期求开根。通过对自然对数进行 n 次根的运算, 我们可以在几何平均数的等式中减小 n 次根的值。这就是为什么我们要在步骤 3 中使用自然对数的原因。

步骤 4: 计算样本标准差来得到周期波动率。我们之所以使用样本标准差, 而不是总体标准差是因为的数据集可能很小。对于比较大型的数据集, 样本标准差与总体标准差是趋同的, 所以一般使用样本标准差更加安全一些。当然下面的样本标准差就是数据集中每一点的偏差的平均值 (所有值的和除以变量 n), 然后减去平均值 ($x - \bar{x}$), 对于小的数据集可以通过自由度来调整, 高的标准差暗示出分布比较宽泛, 因此其风险性也很高。我们将每一点对平均值的偏离数平方以获得绝对距离 (否则对于对称分布来说, 均值左边的偏离可能与均值右边的偏离相互抵消, 得出的和可能为 0), 将得出的结果取平方根, 将得到的值带回到原始的单元中。最后如果是小样本, 要将分母 ($n-1$) 用自由度调节。举个例子, 假设房间里面有三个人, 我们要求这三个人随机选择一个数字作为他们的选择, 只要平均数为 100 美元。第一个人可以选择任何数值, 第二个人也是。但是, 当轮到第三个人的时候, 他或她只能只能选择一个唯一值, 使得平均值刚好为 100 美元。因此, 房间里的 3 个人 (n), 只有 2 个人 ($n-1$) 可以自由选择。因此, 对于小样本空间来说, 使用 $n-1$ 来进行修正使得计算更加保守。这也是为什么我们在步骤 4 中使用样本标准差的原因。

$$volatility = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

步骤 5: 计算年波动率。在期权分析中我们要使用年波动率的原因有一个。第一其它所有的输入变量都是按年计算的 (例如, 年无风险利率, 年股息率, 期限)。第二, 如果一个 \$10, \$20, \$30 的现金流或股票价格发生在三个不同的月份, 或是不同的三天, 这两种情况下的波动率非常不同。很明显, 如果的资产要番两番, 三番, 是需要花费时间的, 这样的资产波动性很大。所有这些都必须以年为单位来考核。最后, 布朗运动随机等式中含有 $\sigma \sqrt{\Delta t}$ 项。也就是说, 如果我们拥有一个 1 年期的使用 12 期网格的期权, 那么 Δt 就为 1/12。如果我们使用月度数据, 先计算出月波动率, 将这个值作为输入变量, 那么月波动率也将被分成 12 份。因此, 我们需要首先将波动率年化 (乘以 12 的平方根), 将年波动率带入到模型之中, 让模型来将波动率 (乘以 1/12 的平方根) 分割为月波动率。这就是我们在步骤 5 中使用年波动率的原因。

波动率估计（对数现值收益）

对数现值收益法将所有的未来现金估计转换为两部分现值之和，一个是第一阶段的现值，另外一个为现阶段的现值（图 B3）。下面是步骤。假定贴现率不变。现金流先被贴现到第 0 期，然后到第 1 期，忽略第 0 期的现金流（沉没成本）。然后将这些值相加，然后计算以下等式的对数比率：

$$X = \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n PVCF_i}{\sum_{i=0}^n PVCF_i} \right)$$

PVCF_i 代表未来不同阶段 i 现金流的现值。

这种方法更加适用于已计算出现金流并需要估计出相应波动率的真实资产和项目的实物期权。它适用于项目和资产现金流，以及数据较少时的情况。但是，这种方法需要利用 Monte Carlo 仿真来获得波动率的估计值。这种方法降低了现金流自相关和负现金流的度量风险。

阶段	现金流	0 期的现值	1 期的现值
0	\$100	$\frac{\$100}{(1+0.1)^0} = \100.00	—
1	\$125	$\frac{\$125}{(1+0.1)^1} = \113.64	$\frac{\$125}{(1+0.1)^0} = \125.00
2	\$95	$\frac{\$95}{(1+0.1)^2} = \78.51	$\frac{\$95}{(1+0.1)^1} = \86.36
3	\$105	$\frac{\$105}{(1+0.1)^3} = \78.89	$\frac{\$105}{(1+0.1)^2} = \86.78
4	\$155	$\frac{\$155}{(1+0.1)^4} = \105.87	$\frac{\$155}{(1+0.1)^3} = \116.45
5	\$146	$\frac{\$146}{(1+0.1)^5} = \90.65	$\frac{\$146}{(1+0.1)^4} = \99.72
和		\$567.56	\$514.31

图 B3——对数现值法

在上面的例子中，X 为 $\ln(\$514.31/\$567.56) = -0.0985$ 。利用这个中间 X 值，在折现现金流模型中运行 Monte Carlo 仿真（对单个现金流进行模拟），得到 X 的预测分布结果。正如之前所见，X 预测分布的样本标准差就是实物期权分析中使用的估计波动率。**要注意只有分子被仿真，而分母是保持不变的。**

采用这种方法估计波动率的缺点是需要运行 Monte Carlo 仿真，但是计算出的波动率测量是一种单数估计，相对于对数现金流或是股票价格法来说，后者得到的是波动率的一个分布，从而最后获得的是实物期权计算价值的一个分布。

这种方法的主要缺陷在于它受制于折现率的可变性。例如，我们可以这样来扩展 X 方程：

$$X = \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n PVCF_i}{\sum_{i=0}^n PVCF_i} \right) = \ln \left(\frac{\frac{CF_1}{(1+D)^0} + \frac{CF_2}{(1+D)^1} + \frac{CF_3}{(1+D)^2} + \dots + \frac{CF_N}{(1+D)^{N-1}}}{\frac{CF_0}{(1+D)^0} + \frac{CF_1}{(1+D)^1} + \frac{CF_2}{(1+D)^2} + \dots + \frac{CF_N}{(1+D)^N}} \right)$$

公式中的 D 代表折现率。这里我们可以看出作为分子的现金流序列 CF 被多折现了一期，贴现因子也被多折现了一期。因此，仅对现金流运行 Monte Carlo 仿真与同时对现金流变量和折现率运行 Monte Carlo 仿真所得到的 X 值截然不同。这种方法的主要缺陷在于在实物期权分析中，现金流现值的可变性是决定期权价值的关键因素，而不是折现率的可变性。这种方法的一些改进措施包括复制现金流，仅仅模拟现金流分析，从而在每次仿真试验中，提供不同的分子值，而分母的值保持静态不变，也就是保持折现率不变。实际上，当我们使用这种方法时，最好是将折现率设置为一个静态的无风险利率，仿真折现现金流，得到波动率，然后再将折现率设置为其原始值。

图 B4 解释了如何在 Excel 表格中利用这种方法。打开案例文件夹：波动率计算，选择对数现值法工作表。例子中是一个简单的 DCF 模型，现金流（46 行）和执行成本（48 行）是分开计算的。之所以这么做，有以下几个原因。首先是为了将市场风险（收益与相关运营支出）与个体风险（执行成本）分离——当然只有当有意义的时候才分离，也有可能存在某些情况，执行成本受制于市场风险。这里我们假设执行成本只受制于个体风险，将会以无风险利率，或是接近风险回报率的资金成本来折现，及货币的时间价值。市场风险现金流将会按照市场风险调整后的收益率（可以被认为是先按照货币的时间价值即 5% 的无风险利率来折现，然后再按照市场风险费用 10% 再次贴现，或是直接一次性折现 15%）。在第二节中我们讨论过，如果不分离市场风险和个体风险的话，最终所得结果会多折现了个体风险，从而得到的 DCF 比实际上收益更大（例如，如果原来应该按照 5% 来折现的成本，现在按照 15% 来折现，那么净现值就会被高估了）。通过分别对这些现金流进行折现，就可以计算出现金流和执行成本的现值（单元格 H9 和 H10）。那么差值就是 NPV。从下面的 Black-Scholes 等式来看，这里的分离也是必要的，看涨期权是某个经风险调整后的收益的现值或股票初始价格(S)乘以标准正态分布(Φ)，减去经无风险利率折现以及另一标准正态分布(Φ)调整的执行成本或结算价(X)。如果波动率(σ)为 0，不确定性为 0，且 Φ 为 100% (括号中的值为无穷大，意味着标准正态分布的值为 100% (肯定)，也可以说不确定性为 0，100% 肯定)。通过分离现金流，现在可以将这些作为期权模型的输入变量，不管其是使用 Black-Scholes 还是二叉网格。

$$Call = S\Phi\left(\frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - Xe^{-rT}\Phi\left(\frac{\ln(S/X) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

继续图 B4 中的例子，利率的计算是在第 51 到 55 行。51 行代表的是 0 期的现金流现值（假定 2002 年为基准年），52 行代表第 1 期的现金流现值，忽略第 0 期的沉没成本。这两行在 Excel 中被计算及套用公式。应该复制并将这些值粘贴到 53 行（Excel 编辑|粘贴选中值）。然后，利用下列公式计算单元格 D54 中的中间变量 X：
 $LN(SUM(E52:H52)/SUM(D53:H53))$ 。然后利用风险模拟器来模拟这个 DCF 模型，设定模型中的相关输入假定，将中间变量 X 设置为输出预测。X 的标准差就是周期波动率。我们需要得到年波动率，通过将这个周期波动率乘上一年周期数的平方根。

	A	C	D	E	F	G	H	I	
2	Log Present Value Approach								
7	Input Parameters				Results				
8									
9	Discount Rate (Cash Flow)	15.00%		Present Value (Cash Flow)		\$328.24			
10	Discount Rate (Impl. Cost)	5.00%		Present Value (Impl. Cost)		\$189.58			
11	Tax Rate	10.00%		Net Present Value		\$138.67			
12									
17		2002	2003	2004	2005	2006			
18	Revenue	\$100.00	\$200.00	\$300.00	\$400.00	\$500.00			
22	Cost of Revenue	\$40.00	\$80.00	\$120.00	\$160.00	\$200.00			
26	Gross Profit	\$60.00	\$120.00	\$180.00	\$240.00	\$300.00			
27	Operating Expenses	\$22.00	\$44.00	\$66.00	\$88.00	\$110.00			
31	Depreciation Expense	\$5.00	\$5.00	\$5.00	\$5.00	\$5.00			
35	Interest Expense	\$3.00	\$3.00	\$3.00	\$3.00	\$3.00			
39	Income Before Taxes	\$30.00	\$68.00	\$106.00	\$144.00	\$182.00			
40	Taxes	\$3.00	\$6.80	\$10.60	\$14.40	\$18.20			
41	Income After Taxes	\$27.00	\$61.20	\$95.40	\$129.60	\$163.80			
42	Non-Cash Expenses	\$12.00	\$12.00	\$12.00	\$12.00	\$12.00			
46	Cash Flow	\$39.00	\$73.20	\$107.40	\$141.60	\$175.80			
47									
48	Implementation Cost	\$25.00	\$25.00	\$50.00	\$50.00	\$75.00			
49									
50	Volatility Estimates (Logarithmic PV Approach)								
51	PV (0)	\$39.00	\$63.65	\$81.21	\$93.10	\$100.51			
52	PV (1)	N/A	\$73.20	\$93.39	\$107.07	\$115.59			
53	Static PV (0)	\$39.00	\$63.65	\$81.21	\$93.10	\$100.51			
54	Variable X	0.0307							
55	Volatility	Simulate!							

图 B4: 对数现值法

现在了解了采用这种方法计算波动率的技巧，下面我们要解释一下为什么我们要做这些！仅仅只懂得技巧在证明方法是否合适以及解释我们这样分析的原理方面是不够的。因此，让我们来看看采取的步骤，解释背后的原理：

步骤 1：计算第 0 期和第 1 期的现值并求和。一只股票的理论价格就是其所有未来股息的现值之和（对于不派息股票，我们利用市场复制证券组合来比较），用于支付这些股息的资金来源于公司的净收入和自由现金流。某个项目或资产的理论价值等于其所有未来自由现金流或净收入的现值之和。因此，股票的价格与资产的价格或价值是相等的，也就是 NPV。所以，第 0 期的现值之和等于第 0 期资产的股票价格，今天的价值。第 1 期的现金流现值之和等于第 1 期的股票价格，或是未来股票价格的一个良好代替。我们用它作为代替是因为在大多数 DCF 模型之中，预测的现金流只有少量的几个时期。因此，通过运行蒙特卡罗仿真，我们改变了所有未来的可能性，抓住了 DCF 输入变量的不确定性。因此这个未来的股票价格对于未来的现金流来说是一个好的代替量——请记住第 1 期未来现金流的现值之和的计算中包含了 DCF 中所有的未来现金流，因此它是抓住了未来的波动性和不确定性。这就是为什么当我们利用对数收益现值法计算波动率时要采用步骤 1 的原因。

步骤 2：计算中间变量 X。这里的 X 变量等同于对数现金收益法中的对数相对收益率。它是未来股票价格（用第 1 期的现值之和代替）与现阶段股票价格（第 0 期的现值之和）比较后的相对收益的自然对数。然后我们会将第 0 期的现值之和设置为静态不变得，因为它要作为一个基准量，根据基准量的定义，它的值是不变的。基准量可以看作是项目净收益的 NPV，并被假定是项目净收益值得最佳估计值。未来是不确定的，充满波动的，因此我们模拟 DCF 模型，允许分子 X 变量在模拟过程中改变取值，但是保持作为基准量的分母静止不变。

步骤 3：对模型仿真，得到度量波动率的标准差。这种方法需要对模型进行仿真。这样做是有原因的，因为如果不对模型仿真的话，意味着在项目和资产中不存在不确定性，那么波动率应该为 0。只有在存在不确定性的情况下才进行仿真，然后得到一个波动率的估计值。只用这个样本标准差代表波动率的原理与对数现金收益法类似。如果在仿真过程中现金流的现值之和在正负值不断之间波动，可以将 DCF 模型上升一个阶段，使用诸如 EBITDA 和净收益等代替变量来计算波动率。

另外一个估计波动率的方法就是当数据足够多时，合并两种方法。也就是说，对于一个需要估计很多现金流的 DCF 模型，计算第 0, 1, 2, 3...期的现金流现值。然后计算这些现金流现值相对收益的自然对数。然后将得到的标准差年化从而得到波动率。这种当然是一种更好的方法，因为它不需要使用蒙特卡罗模拟，但是其缺点在于需要一个很长的现金流预测序列。

GARCH 法

另一种方法叫做 GARCH 模型（一般自回归条件异方差），可以被用来估计任何时间序列数据的波动率。GARCH 模型主要被用于金融时间序列数据的分析之中。这些波动率也可用于期权的估值，但是如要得到一个良好的波动率估计所，必需的历史数据的数量仍旧是很关键的。通常，要求几百——甚至成百上千——的数据才能得到好的 GARCH 估值。此外，GARCH 的运行和解释都比较困难，需要会熟练熟用计量经济模型技巧。GARCH 是一个融合很多模型的术语，可以有很多不同的形式，如 GARCH(p,q)，这里的 p 和 q 都要取正整数，定义了 GARCH 模型的结果和预测。

例如，一个 GARCH (1,1)模型的形式为

$$y_t = x_t \gamma + \varepsilon_t$$
$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

这里第一个等式中的因变量(y_t)是外生变量(x_t)和误差项(ε_t)的函数。第二个等式估计的是第 t 期的方差(波动率的平方 σ_t^2)，依赖于一个历史均值(ω)，用均值残差平方的一阶滞后(ε_{t-1}^2)表示的上一期波动率，以及上一期的波动率(σ_{t-1}^2)。关于 GARCH 模型的具体建模细节超出了本书的范围，在此不作讨论。由于运行 GARCH 模型需要具备一定的计量经济学模型知识（假设检验，结构图变和误差估计），因此一般的分析者都不会去使用。GARCH 模型存在的另一个问题在于这个模型一般不需要提供好的统计拟合。也就是说，它不能对股票市场进行预测，当然也不能预测股票未来的波动情况。图 B5 是一个基于微软公司历史股票价格的 GARCH (1,2)模型。

Dependent Variable: MSFT
Method: ML - ARCH
Date: 02/25/05 Time: 00:20
Sample(adjusted): 3 52
Included observations: 50 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 67 iterations
Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	23.14431	1.301024	17.78930	0.0000
D(MSFT,1)	0.456040	0.062391	7.309364	0.0000
AR(1)	0.967490	0.027575	35.08601	0.0000
Variance Equation				
C	0.151406	0.028717	5.272435	0.0000
ARCH(1)	0.148308	0.053559	2.769061	0.0056
GARCH(1)	0.735869	0.097780	7.525790	0.0000
GARCH(2)	-0.867066	0.083186	-10.42325	0.0000
R-squared	0.898576	Mean dependent var	24.48620	
Adjusted R-squared	0.884424	S.D. dependent var	1.290867	
S.E. of regression	0.438849	Akaike info criterion	1.106641	
Sum squared resid	8.281300	Schwarz criterion	1.374324	
Log likelihood	-20.66602	F-statistic	63.49404	
Durbin-Watson stat	1.308287	Prob(F-statistic)	0.000000	
Inverted AR Roots	.97			

图 B5: GARCH 结果

管理假设法

还有一种更简单的方法就是使用管理假设法。这种方法允许管理层不经过很复杂的分析直接得到波动率的一个粗略估计值。这种方法会教育管理层什么是波动率以及它的作用。从数学和统计学的角度来看，一个变量的宽度或风险可以通过几个不同的同计量来描述，包括范围，标准差(σ)，方差，变量系数以及百分点。图 B6 中是两只不同股票的历史价格。很明显粗线所代表的股票的波动率小于虚线那只。图 B7 中是利用这两只股票的时间序列数据描绘出的概率分布图。尽管两只股票的期望值相同，但是它们的波动率也就是风险是不一样的。X 轴代表股票价格，Y 轴代表某一具体股价出现的频率，曲线下方的区域（两个值之间）代表发生的概率。与第一只股票（图 B6 中的实线）相比，第二只股票（图 B6 中的虚线）范围更宽（标准差 σ^2 更大）。图 B7 中 X 轴的宽度与图 B6 中 Y 轴的宽度表示的意义是一样的。度量宽度常用的一个变量就是标准差。因此，标准差是度量波动率的一种方式。之所以称为波动率而不是标准差是因为波动率的计算不是来源于原始的现金流或股票价格本身，而是基于这些现金流或股票价格相对收益的自然对数。因此，波动率与通常的标准差是不一样的。

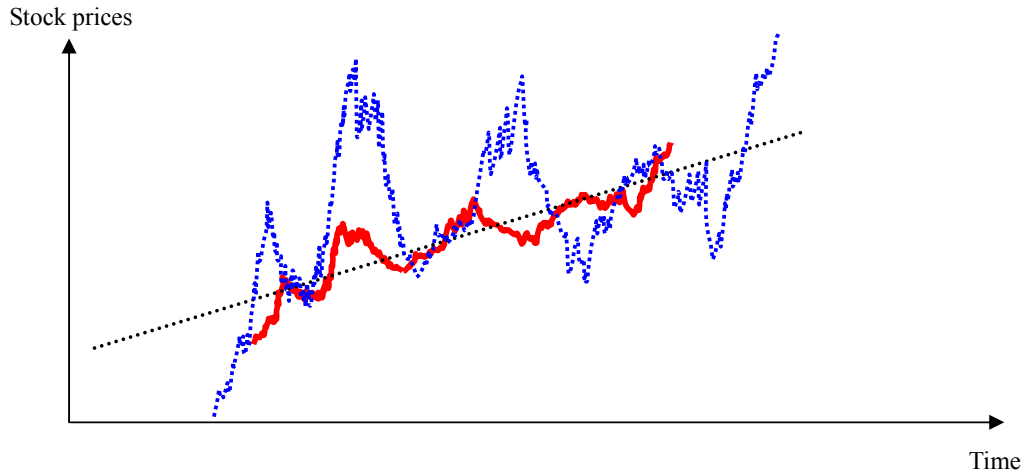


图 B6: 波动率

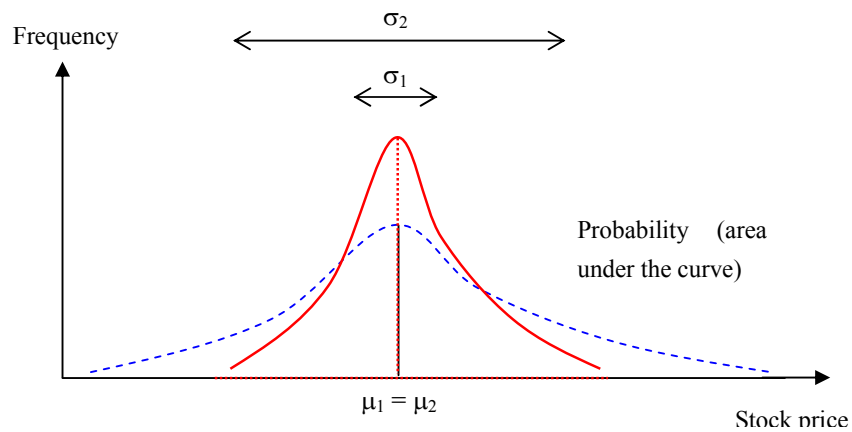


图 B7: 标准差

但是，基于向管理层解释波动率的目的，我们放松了这种术语上的不一致，在更高一个层次上，为了讨论的目的，说明它们代表同一种意思。因此，我们可以对波动率的估计作一些管理上的假设。例如，从预期 NPV（均值）出发，可以得到一个替换的 NPV 值及概率，从而得到一个波动率的近似值。举个例子，假设某个项目的 NPV 值预期是 1 亿美元。管理层进一步假设如果事情进展良好，最佳的情况下预期值可以超过 1 亿 5000 万美元，达不到这种最佳情况的概率只有 10%。图 B8 中描述了这种情景。如果为了便于计算我们假定标的资产的价值波动呈正态分布，我们可以利用如下的公式来计算隐含波动率：

$$\text{Volatility} = \frac{\text{Percentile Value} - \text{Mean}}{\text{Inverse of the Percentile} \times \text{Mean}}$$

例如，在本例中，波动率的计算如下：

$$\text{Volatility} = \frac{\$150M - \$100M}{\text{Inverse}(0.90) \times \$100M} = \frac{\$50M}{1.2815 \times \$100M} = 39.02\%$$

可以利用 Excel 表格中的 $NORMSINV(0.9)$ 函数来得到百分点的反转。同样的，如果最坏的情况发生的概率为 10%，其 NPV 为 5000 万美元，我们计算出的波动率为：

$$Volatility = \frac{\$50M - \$100M}{Inverse(0.10) \times \$100M} = \frac{-\$50M}{-1.2815 \times \$100M} = 39.02\%$$

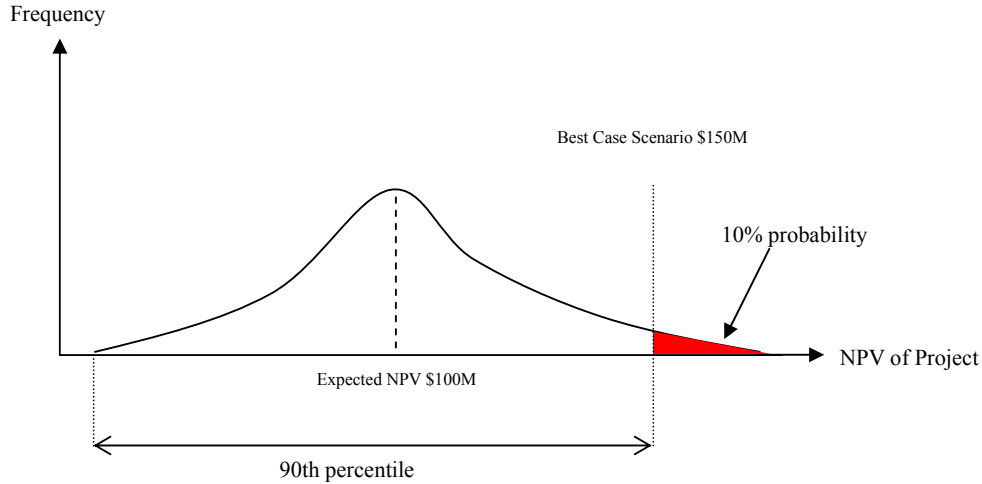


图 B8: 波动率的概率

这显示出波动率是一个对称的分布。也就是说，NPV 的期望值 1 亿美元情况下，它上升到 1 亿 5000 万美元的概率为 50%，下降到 5000 万美元的概率也为 50%。因为事先假定的分布是正态分布，所以对称性是刚好吻合的。所以现在通过使用这个简单的方法，如果得到一个波动率估计值为 39.02%，可以跟管理层解释说这个波动率的意思就是 NPV 会超过 1 亿 5000 万美元的概率为 10%。通过这个简单的分析，使用上面的等式将概率转换为波动率，后者对于管理层来说更容易理解。相反的，如果在 Excel 中模拟这个过程，可以将波动率回复为概率。图 B9 和 B10 介绍了这种方法。打开案例文件夹波动率估计，选择从波动率到概率工作表来进行操作。

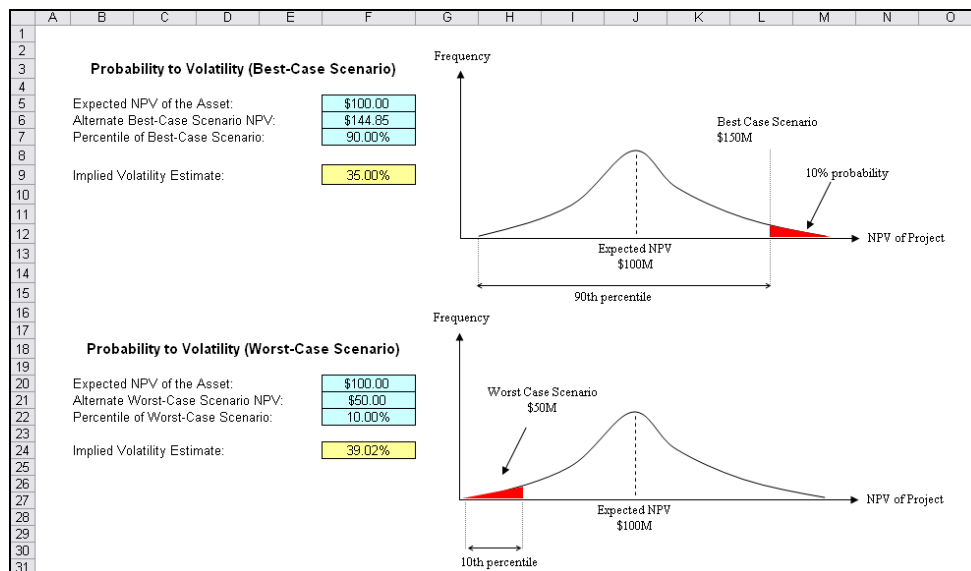


图 B9: Excel 表中的从概率到波动率模型

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3						
4						
5						Expected NPV of the Asset: \$100.00
6						Alternate Best-Case Scenario NPV: \$144.85
7						Percentile of Best-Case Scenario: 90.00%
8						
9						Implied Volatility Estimate: 35.00%
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						

Set cell:	F9
To value:	35%
By changing cell:	\$F\$6
OK Cancel	

图 B10: Excel 表中的从波动率到概率模型

图 B9 要求输入 NPV 的期望值，可能值（最佳情景和最坏情景）以及对应的百分点。也就是说，给定一些概率和取值，可以计算出波动率。相反地，图 B10 解释了如何使用 Excel 的单变量函数（点击工具|单变量）来从波动率中得出概率。例如，假设项目的预期 NPV 值为 1 亿美元，波动率为 35%，这意味着在 90% 的概率情况下，NPV 的值都是小于 1 亿 4485 万美元的，只有 10% 的最佳情况下真实的 NPV 值会大于这个值。

现在了解了采用这种方法计算波动率的技巧，下面我们要解释一下为什么我们要做这些！仅仅只懂得技巧在证明方法是否合适以及解释我们这样分析的原理方面是不够的。因此，让我们来看看必需的假定，解释其背后的原理：

假设 1：我们假定资产波动服从正态分布。我们之所以可以这样假设是因为高级网格最终结点一般都是正态分布的。实际上，之前接触过的布朗运动就要求一个标准正态分布(ϵ)。此外，很多分布最终都会向正态分布收敛（随着试验次数的增加，一个二项分布最后会变成正态分布；在高中间率的情况下，泊松分布也会变成正态分布；在切去两端的最大值和最小值后，三角分布也变成了正态分布；等等），如果用多种不同类型的分布来模拟 DCF 模型，那我们就不能确定最终 NPV 分布的形状和类型（例如，收益服从对数正态分布，并随着时间彼此呈现负相关，运营成本与收益正相关，但是假设其服从一个三角分布，市场竞争的影响我们用一个泊松分布来模拟，它是用一个小利率乘上服从二项分布的技术成功概率）。从理论上我们不能确定一个对数正态分布减去三角分布，乘上泊松和二项分布，再考虑它们之间的相关性之后，得到的会是什么。相反地根据中心极限定律，我们假设最终结果服从正态分布，尤其是在模拟中使用了大量实验的情况下。最后我们所感兴趣的是对数相对收益波动率，而不是真实现金流或股票价格的标准差。股票价格和现金流一般是对数正态分布的（股票价格不能低于 0），但是相对收益的对数一般是服从正态分布的。事实上，这些可以从图 B11 和 B12 中观察出来，微软公司从 1986 年 3 月到 2004 年 12 月的历史股票价格被制成了表格。

假设 2：我们假定标准差和波动率表示的意思一样。再来看图 B12，使用预期收益图，计算出的均值为 0.58%，90 分位点的值为 8.06%，对应的波动率为 37%。利用下载的数据，我们计算出整个阶段的经验波动率为 36%。可以看出计算结果非常接近，因此我们可以使用这种方法向管理层汇报。这就是为什么使用正态假设和标准差代替就已足够的原因。

假设 3：我们使用标准正态分布计算出了波动率。由于我们假设潜在的分布为正态分布，

因此可以使用标准正态分布来计算波动率。标准正态分布 Z 值得计算如下：

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \text{ 也就是 } \sigma = \frac{x - \mu}{Z}$$

因为我们将波动率规范表示为一个百分数(σ^*)，我们再将这个值除以均值：

$$\sigma^* = \frac{x - \mu}{Z\mu}$$

通俗一点的表达：

$$\text{Volatility} = \frac{\text{Percentile Value} - \text{Mean}}{\text{Inverse of the Percentile} \times \text{Mean}}$$

同样的，我们可以利用 Excel 的 NORMSINV 函数反转百分点。

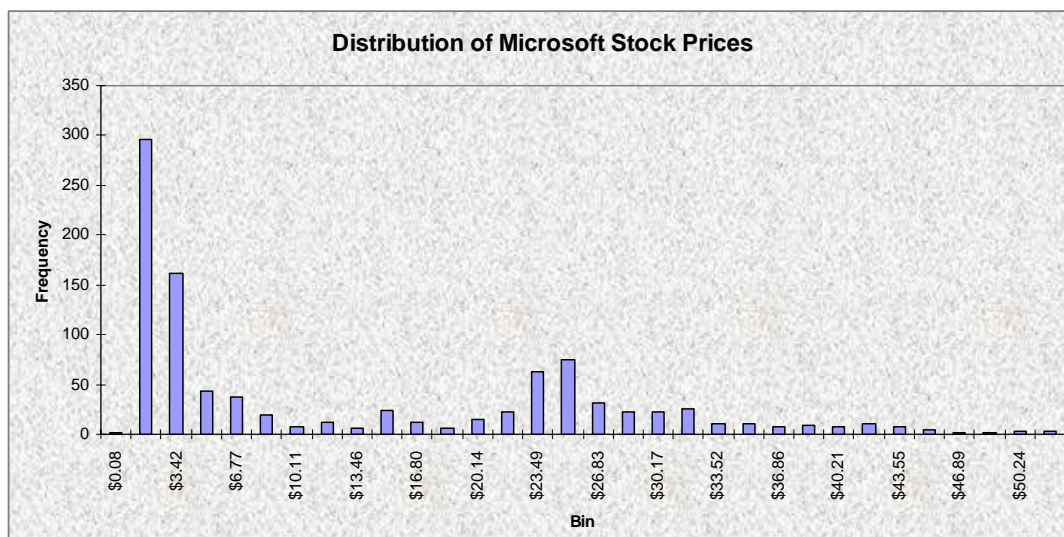


图 B11: Microsoft 公司股票价格的概率分布图 (自 1986)

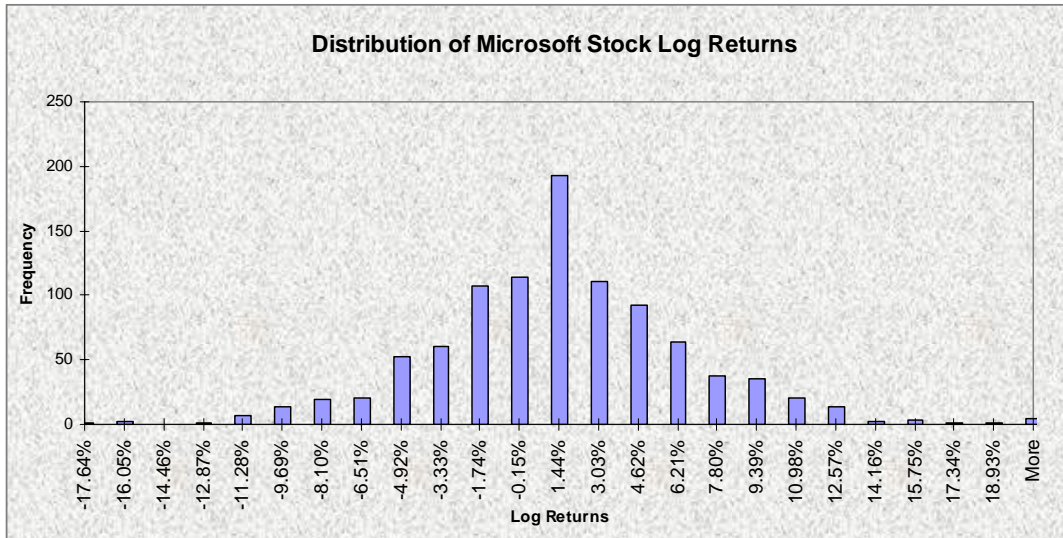


图 B12: Microsoft 公司对数相对收益概率分布图

市场代替法

波动率估计的另一种常用方法（不必提及滥用和误用）是利用公开可用市场数据。也就是说，在评价某个具体项目时，使用一系列市场可比公司的公开交易股票价格。这些公司与评价的项目在功能，市场，风险和地理位置方面应该存在一定的相似性。然后利用接近的股票价格，计算出相对收益标准差的自然对数。使用的方法与之前提到的现金收益对数法中的方法相同。这种方法的问题在于它要假定可比公司的内部风险与所要评价项目的内在风险是同样的。问题在于公司的资产价格取决于投资者的相互作用，股票市场的心理状态，以及其他许多估计项目风险时不相关的外生变量。此外，市场对某个大型上市公司的估值依赖于许多因素的相互作用和各种项目。最后，公司是经过杠杆调整的，而项目一般是没有的。因此，在实物期权分析中使用的波动率(σ_{RO})应该要经过调整将杠杆效应折现，可以用波动率除去资产价格，D/E 是上市公司的资产负债率。我们得到

$$\sigma_{RO} = \frac{\sigma_{EQUITY}}{1 + \frac{D}{E}}$$

当存在市场可比较数据如部门指数或是行业指数时，就可以采用这种方法。用波动率衡量的某个项目的风险与整个行业，部门或市场相同的说法是不正确的。市场上存在很多相互作用，诸如多样化，过度反应和可销售性等，这些对于公司内部的一个单一项目来说是不存在的。在挑选合适的可比较物时必须十分注意，因为这种方法的主要缺陷就在于有时很难找到合适的可比较公司，所以结果会受制于主观上包含或排除某些公司的影响。其优势在于使用方便——使用的是行业平均值，所以基本很少或根本不需要计算。

附录 C：技术公式——奇异期权公式

Black & Scholes 期权模型——欧式

它就是著名的获得诺贝尔奖的不派息 Black-Scholes 模型。它属于欧式期权，即只能在到期日执行期权，不能提前执行。尽管使用起来非常简单，但是我们在估计投入变量假设时要注意，尤其是对于很难估计的波动率。但是，Black-Scholes 模型在生成实物期权真实值的活动领域评估方面非常有效，尤其是对于通用类型的看涨和看跌期权。对于更加复杂的实物期权分析，需要使用不同种类的奇异期权。

变量的定义：

S 未来现金流的现值（\$）

X 行权价格（\$）

r 无风险利率（%）

T 期限（年）

σ 波动率（%）

Φ 标准正态分布函数

计 算

$$Call = S\Phi\left(\frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - Xe^{-rT}\Phi\left(\frac{\ln(S/X) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

$$Put = Xe^{-rT}\Phi\left(-\left[\frac{\ln(S/X) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]\right) - S\Phi\left(-\left[\frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]\right)$$

存在漂移（股息）的 Black & Scholes 期权模型- 欧式

它是基于 Black-Scholes 模型的一个调整，在其基础上假定存在一个固定的红利支付百分比 q 。这可以被看作是持有期权而不是标的资产的机会成本。

变量的定义：

S 未来现金流的现值（\$）

X 行权价格（\$）

r 无风险利率（%）

T 期限（年）

σ 波动率（%）

Φ 标准正态分布函数

q 连续的红利率（%）

计 算

$$Call = Se^{-qT} \Phi\left(\frac{\ln(S/X) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - Xe^{-rT} \Phi\left(\frac{\ln(S/X) + (r - q - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

$$Put = Xe^{-rT} \Phi\left(-\left[\frac{\ln(S/X) + (r - q - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]\right) - Se^{-qT} \Phi\left(-\left[\frac{\ln(S/X) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]\right)$$

存在未来支付的 Black & Scholes 期权模型——欧式

这里的现金流随时间不是均匀分布的，所以在未来的时间内我们应该使用不同的贴现率（应该使用无风险利率），可能可以使用远期无风险收益曲线。

变量的定义：

S 未来现金流的现值（\$）

X 行权价格（\$）

r 无风险利率（%）

T 期限（年）

σ 波动率（%）

Φ 标准正态分布函数

q 连续的红利率（%）

CF_i 第 i 期的现金流

计 算

$$S^* = S - CF_1 e^{-rt_1} - CF_2 e^{-rt_2} - \dots - CF_n e^{-rt_n} = S - \sum_{i=1}^n CF_i e^{-rt_i}$$

$$Call = S^* e^{-qT} \Phi\left(\frac{\ln(S^*/X) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - X e^{-rT} \Phi\left(\frac{\ln(S^*/X) + (r - q - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

$$Put = X e^{-rT} \Phi\left(-\left[\frac{\ln(S^*/X) + (r - q - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]\right) - S^* e^{-qT} \Phi\left(-\left[\frac{\ln(S^*/X) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]\right)$$

选择期权（基本选择权）

这是一个在 $\tau_1 < T_2$ 条件下的简单选择权的收益，否则它就是无效的！此外，它还假定持有者有权利选择看涨或是看跌期权，两者在 τ_1 时刻的执行价和到期日 T_2 是一样的。如果涉及到不同时间段对应的价格不一样，我们就需要一个复杂变量选择期权了。

变量的定义：

- S 未来现金流的现值（\$）
- X 行权价格（\$）
- r 无风险利率（%）
- T 期限（年）
- σ 波动率（%）
- Φ 标准正态分布函数
- q 连续的派息率或机会成本（%）

计算

$$\begin{aligned} \text{Option Value} = & Se^{-qt_2} \Phi \left[\frac{\ln(S/X) + (r - q + \sigma^2/2)T_2}{\sigma\sqrt{T_2}} \right] - Se^{-qt_2} \Phi \left[\frac{-\ln(S/X) + (q - r)T_2 - t_1\sigma^2/2}{\sigma\sqrt{t_1}} \right] \\ & - Xe^{-rt_2} \Phi \left[\frac{\ln(S/X) + (r - q + \sigma^2/2)T_2 - \sigma\sqrt{T_2}}{\sigma\sqrt{T_2}} \right] + Xe^{-rt_2} \Phi \left[\frac{-\ln(S/X) + (q - r)T_2 - t_1\sigma^2/2 + \sigma\sqrt{t_1}}{\sigma\sqrt{t_1}} \right] \end{aligned}$$

选择期权

持有者有权在不同的时间(T_C and T_P), 不同执行价格(X_C and X_P)的看涨期权和看跌期权之间进行选择。注意这些可能不能直接利用 Excel 的工作表来解决。相应地, 由于使用了回归法解决某些二元分布和临界值, 所以需要程序运算。

变量的定义:

- S 未来现金流的现值 (\$)
- X 行权价格 (\$)
- r 无风险利率 (%)
- T 期限 (年)
- σ 波动率 (%)
- Φ 标准正态分布函数
- Ω 二元正态分布函数
- q 连续的红利率 (%)
- I 回归法得出的临界值
- Z 中间变量 (Z_1 和 Z_2)

计算

首先, 按照下列方法回归出临界值 I

$$\begin{aligned}
 0 = & Ie^{-q(T_C-t)}\Phi\left[\frac{\ln(I/X_C)+(r-q+\sigma^2/2)(T_C-t)}{\sigma\sqrt{T_C-t}}\right] \\
 & - X_Ce^{-r(T_C-t)}\Phi\left[\frac{\ln(I/X_C)+(r-q+\sigma^2/2)(T_C-t)}{\sigma\sqrt{T_C-t}}-\sigma\sqrt{T_C-t}\right] \\
 & + Ie^{-q(T_P-t)}\Phi\left[\frac{-\ln(I/X_P)+(q-r-\sigma^2/2)(T_P-t)}{\sigma\sqrt{T_P-t}}\right] \\
 & - X_Pe^{-r(T_P-t)}\Phi\left[\frac{-\ln(I/X_P)+(q-r-\sigma^2/2)(T_P-t)}{\sigma\sqrt{T_P-t}}+\sigma\sqrt{T_P-t}\right]
 \end{aligned}$$

然后再利用所得的 I 值进行下列计算:

$$d_1 = \frac{\ln(S/I)+(r-q+\sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}} \quad \text{and} \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

$$y_1 = \frac{\ln(S/X_C)+(r-q+\sigma^2/2)T_C}{\sigma\sqrt{T_C}} \quad \text{and} \quad y_2 = \frac{\ln(S/X_P)+(r-q+\sigma^2/2)T_P}{\sigma\sqrt{T_P}}$$

$$\rho_1 = \sqrt{t/T_C} \quad \text{and} \quad \rho_2 = \sqrt{t/T_P}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Option Value} = & Se^{-qT_C}\Omega(d_1; y_1; \rho_1) - X_Ce^{-rT_C}\Omega(d_2; y_1 - \sigma\sqrt{T_C}; \rho_1) \\
 & - Se^{-qT_P}\Omega(-d_1; -y_2; \rho_2) + X_Pe^{-rT_P}\Omega(-d_2; -y_2 + \sigma\sqrt{T_P}; \rho_2)
 \end{aligned}$$

复合期权

复合期权的价值是基于另一期权的价值。也就是说，复合期权的标的资产是另一个期权。解决这种模型也需要编程能力。

变量的定义：

S 未来现金流的现值（\$）

r 无风险利率（%）

σ 波动率（%）

Φ 标准正态分布函数

q 连续的红利率（%）

I 回归法得出的临界值

Ω 二元正态分布函数

X_1 标的期权的执行价格(\$)

X_2 期权的执行价格(\$)

t_1 期权的到期日（年）

T_2 标的期权的到期日（年）

计算

首先，利用下列公式求出临界 I 值

$$X_2 = Ie^{-q(T_2-t_1)} \Phi\left(\frac{\ln(I/X_1) + (r-q+\sigma^2/2)(T_2-t_1)}{\sigma\sqrt{(T_2-t_1)}}\right) - X_1e^{-r(T_2-t_1)} \Phi\left(\frac{\ln(I/X_1) + (r-q-\sigma^2/2)(T_2-t_1)}{\sigma\sqrt{(T_2-t_1)}}\right)$$

采用回归法求出上述 I 值，然后带入

$$\begin{aligned} \text{Call on call} = & Se^{-qT_2} \Omega\left[\frac{\ln(S/X_1) + (r-q+\sigma^2/2)T_2}{\sigma\sqrt{T_2}}; \frac{\ln(S/I) + (r-q+\sigma^2/2)t_1}{\sigma\sqrt{t_1}}; \sqrt{t_1/T_2}\right] \\ & - X_1e^{-rT_2} \Omega\left[\frac{\ln(S/X_1) + (r-q+\sigma^2/2)T_2}{\sigma\sqrt{T_2}} - \sigma\sqrt{T_2}; \frac{\ln(S/I) + (r-q+\sigma^2/2)t_1}{\sigma\sqrt{t_1}} - \sigma\sqrt{t_1}; \sqrt{t_1/T_2}\right] \\ & - X_2e^{-rt_1} \Phi\left[\frac{\ln(S/I) + (r-q+\sigma^2/2)t_1}{\sigma\sqrt{t_1}} - \sigma\sqrt{t_1}\right] \end{aligned}$$

远期开始期权

变量的定义:

S 未来现金流的现值 (\$)

X 行权价格 (\$)

r 无风险利率 (%)

t_1 远期开始期权的开始时间 (年)

T_2 远期开始期权的到期日 (年)

σ 波动率 (%)

Φ 标准正态分布函数

q 连续的红利率 (%)

计算

$$\begin{aligned} \text{Call} &= Se^{-qt_1} e^{-q(T_2-t_1)} \Phi \left[\frac{\ln(1/\alpha) + (r - q + \sigma^2/2)(T_2 - t_1)}{\sigma\sqrt{T_2 - t_1}} \right] \\ &- Se^{-qt_1} \alpha e^{(-r)(T_2-t_1)} \Phi \left[\frac{\ln(1/\alpha) + (r - q + \sigma^2/2)(T_2 - t_1)}{\sigma\sqrt{T_2 - t_1}} - \sigma\sqrt{T_2 - t_1} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Put} &= Se^{-qt_1} \alpha e^{(-r)(T_2-t_1)} \Phi \left[\frac{-\ln(1/\alpha) - (r - q + \sigma^2/2)(T_2 - t_1)}{\sigma\sqrt{T_2 - t_1}} + \sigma\sqrt{T_2 - t_1} \right] \\ &- Se^{-qt_1} e^{-q(T_2-t_1)} \Phi \left[\frac{-\ln(1/\alpha) - (r - q + \sigma^2/2)(T_2 - t_1)}{\sigma\sqrt{T_2 - t_1}} \right] \end{aligned}$$

α 是一个常数乘子。

注意: 如果期权以 $X\%$ 开始时是亏损的, 那么 α 的值为 $(1 + X)$ 。如果开始时是盈利的, α 的值为 1.0 和 $(1 - X)$ 。

广义 Black-Scholes 模型

- S 未来现金流的现值 (\$)
- X 行权价格 (\$)
- r 无风险利率 (%)
- T 期限 (年)
- σ 波动率 (%)
- Φ 标准正态分布函数
- b 持有成本 (%)
- q 连续的红利率 (%)

计算

$$Call = Se^{(b-r)T} \Phi\left(\frac{\ln(S/X) + (b + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - Xe^{-rT} \Phi\left(\frac{\ln(S/X) + (b - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

$$Put = Xe^{-rT} \Phi\left(-\left[\frac{\ln(S/X) + (b - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]\right) - Se^{(b-r)T} \Phi\left(-\left[\frac{\ln(S/X) + (b + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]\right)$$

注意:

- $b = 0$: 远期期权模型
- $b = r - q$: 带有红利率的 Black-Scholes
- $b = r$: 简单 Black-Scholes 公式
- $b = r - r^*$: 外币期权模型

期货期权

标的资产是一份初始价格为 F 的远期或期货合约。因此， F 的值是远期或期货合约的初始价格，用 F 代替 S ，计算其现值。

变量的定义

X	行权价格 (\$)
F	期货单点现金流 (\$)
r	无风险利率 (%)
T	到期日 (years)
σ	波动率(%)
Φ	标准正态分布函数
q	连续的红利率 (%)

计算

$$Call = Fe^{-rT} \Phi\left(\frac{\ln(F/X) + (\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - Xe^{-rT} \Phi\left(\frac{\ln(F/X) - (\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

$$Put = Xe^{-rT} \Phi\left(-\left[\frac{\ln(F/X) - (\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]\right) - Fe^{-rT} \Phi\left(-\left[\frac{\ln(F/X) + (\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]\right)$$

两相关资产期权

一个期权的盈利取决于另外一个与之相关期权是否盈利。这与另一个相关二叉数模型室对偶的。

变量的定义

- S 未来现金流的现值（\$）
- X 行权价格（\$）
- r 无风险利率（%）
- T 期限（年）
- σ 波动率（%）
- Ω 二元正态分布函数
- ρ 两资产间的相关性（%）
- q_1 第一个资产的连续红利率（%）
- q_2 第二个资产的连续红利率（%）

计算

$$\begin{aligned}
 Call &= S_2 e^{-q_2 T} \Omega \left[\frac{\ln(S_2 / X_2) + (r - q_2 - \sigma_2^2 / 2)T}{\sigma_2 \sqrt{T}} + \sigma_2 \sqrt{T}; \frac{\ln(S_1 / X_1) + (r - q_1 - \sigma_1^2 / 2)T}{\sigma_1 \sqrt{T}} \right] \\
 &\quad + \rho \sigma_2 \sqrt{T}; \rho \\
 &- X_2 e^{-rT} \Omega \left[\frac{\ln(S_2 / X_2) + (r - q_2 - \sigma_2^2 / 2)T}{\sigma_2 \sqrt{T}}; \frac{\ln(S_1 / X_1) + (r - q_1 - \sigma_1^2 / 2)T}{\sigma_1 \sqrt{T}}; \rho \right] \\
 \\
 Put &= X_2 e^{-rT} \Omega \left[\frac{-\ln(S_2 / X_2) - (r - q_2 - \sigma_2^2 / 2)T}{\sigma_2 \sqrt{T}}; \frac{-\ln(S_1 / X_1) - (r - q_1 - \sigma_1^2 / 2)T}{\sigma_1 \sqrt{T}}; \rho \right] \\
 &- S_2 e^{-q_2 T} \Omega \left[\frac{-\ln(S_2 / X_2) - (r - q_2 - \sigma_2^2 / 2)T}{\sigma_2 \sqrt{T}} - \sigma_2 \sqrt{T}; \frac{-\ln(S_1 / X_1) - (r - q_1 - \sigma_1^2 / 2)T}{\sigma_1 \sqrt{T}} \right] \\
 &\quad - \rho \sigma_2 \sqrt{T}; \rho
 \end{aligned}$$

附录 D——快速安装指南

本章节是针对更多高级用户的快速安装手册。如果想了解更加详细的安装指南，请参看下一章节。SLS 2010 软件需要的最小要求为：

- Windows XP, Vista, Windows 7, and beyond
- Excel XP or Excel 2003 or Excel 2007
- .NET Framework 2.0 or later
- 管理权 (仅在安装过程中)
- 至少 1GB 内存
- 80MB 自由硬件驱动空间

为了确保软件的安装，的系统一定要符合所有的要求：(Windows XP, Excel XP, Excel 2003 及以上版本, .NET Framework 2.0, 管理权限, 至少 256MB 内存, 30MB 自由硬件驱动空间)。如果需要 NET Framework 2.0 软件，可以从软件安装 CD 中找到一个文件名称为 *dotnetfx20.exe* 的文件来安装，或是如果没有安装 CD 的话，可以直接登录网站 www.realoptionsvaluation.com.cn/attachments/dotnetfx20.exe 下载。在安装 SLS 2010 软件之前，必须首先安装好 NET Framework 2.0。注意.NET 2.0 works 与.NET 1.1 是可以兼容的，所以不必在安装之前卸载掉另外一个。为了获得最佳效果可以同时的电脑里运行这两个版本。

下一步，可以同时使用安装 CD 或是以下的网址：www.realoptionsvaluation.com.cn 来安装 SLS 2010 软件，点击下载，选择 Real Option SLS 2010。可以选择完全版（假设已经购买了本软件并得到了永久的授权）或是试用版。试用版与完全版在功能是完全一样的，不同的是它只有 10 天的有效期，如果想要继续使用本软件，需要得到完全的许可。按照屏幕上的提示来安装软件。

需要两个授权代码来运行 Real Options SLS，第一个就是 Real Options SLS 软件的授权（包含单资产网格模型，多资产和多阶段模型，多叉网格模型，和格子制造者工具）。第二个就是为**奇异金融期权评估者**和通过 Excel 来进入应用 SLS 函数的授权。关于如何对软件进行授权，简单步骤如下：

准备：

1. 启动 Real Options SLS (点击开始, 所有程序, Real Options Valuation, Real Options SLS, Real Options SLS)。
2. 点击“1. Real Options SLS 授权”链接你将可以获取你的**硬件 ID**（以 SLS 为前缀开始从第 12 位到第 20 位个之间的数字）。记录这个信息或者通过复制此数值，然后粘帖到发给我们的邮件中。
3. 点击“2. Functions & Options Valuator 授权”链接和将**硬件 FINGERPRINT**记录或者复制下来（这将是一个 8 位的字母数字编码），然后粘帖到发给我们的邮件中。
4. 请通过在网站 www.realoptionsvaluation.com 点击购买链接来购买软件授权。
5. 请通过电子邮件将这两个数值代码发送到 admin@realoptionsvaluation.com，我们将给你发送你的授权文件和授权代码。收到后，请你使用以下步骤安装授权。

安装授权：

1. 保存 SLS 授权文件到你的硬盘的某个位置（在你购买了软件以后我们会将授权文件发给你），然后启动 Real Options SLS（点击开始, 所有程序, Real Options Valuation, Real Options SLS, Real Options SLS）。
2. 点击“为 Real Options SLS 进行授权”和选择**激活**，然后浏览我们发给你的 SLS 授权文件。将此文件导入。
3. 点击“2. 授权功能&期权评估者”，然后输入我们发给你的 NAME 和 KEY 组合。

附录 E——详细的安装指南

第一步：检查系统要求

步骤 1.1 检查的系统版本是 **Windows XP** 或以上

步骤 1.2 检查已经安装了 **Excel XP, Excel 2003** 或 **Excel 2007**

步骤 1.3 检查已经拥有安装软件的管理权限

大部分的家用电脑都有管理权限，这样可以继续看步骤 1.4。但是一些公司电脑都有严格的 IT 政策，因此在安装任何软件之前，可能首先要与系统管理员或是 IT 专员联系。

步骤 1.4 检查已经安装了 **Microsoft .NET 2.0**

可以通过开始|控制面板|添加或删除程序来检查这一步。在安装程序列表上寻找 Microsoft .Net Framework 2.0 看它是否已经在列表上了（图 1）。如果在列表上没有见到，或是只见到版本 1.1，去到第二步安装 .NET Framework 2.0 程序。否则，如果已经安装的话，就直接进入到第三步开始安装 Real Option SLS。注意 1.1 版本和 2.0 版本并不是可互相替换的，两者应该并且可以同时安装在一台电脑上。

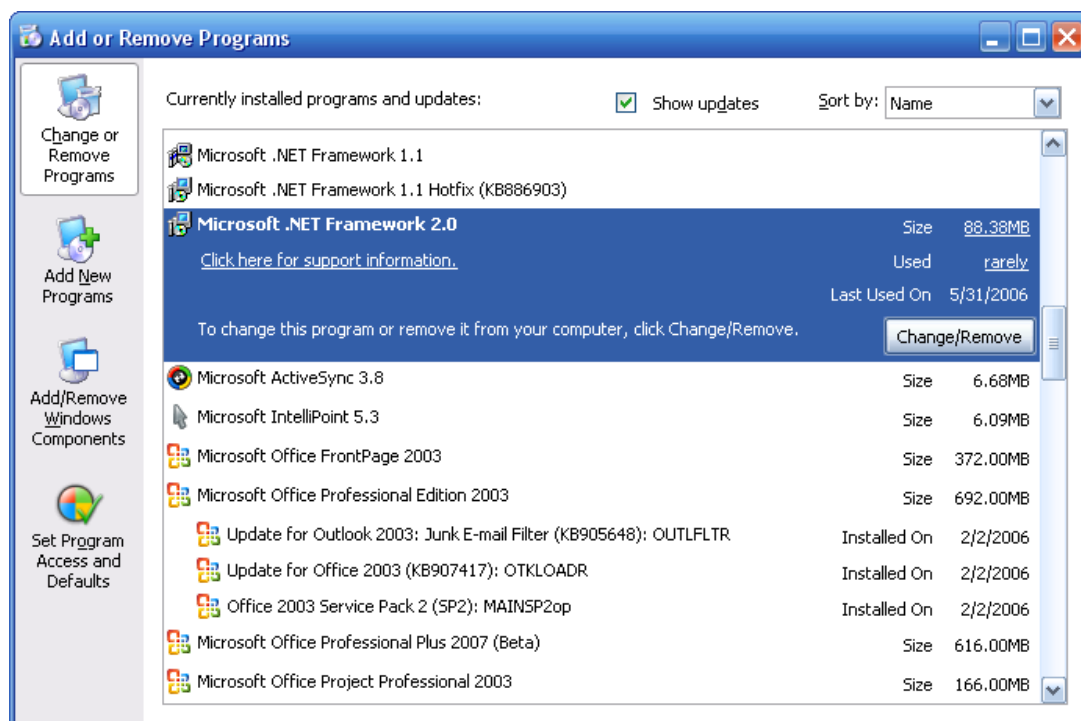


图 1: 控制面板添加和删除程序列表中的 **Microsoft .NET Framework 2.0**

第二步：安装 .NET Framework 2.0

步骤 2.1 如果的电脑上还没有安装 .NET Framework 2.0，那么放入安装 CD，安装 *dotnetfx20.exe* 文件。如果没有 CD，可以直接访问网站 www.realoptionsvaluation.com/download 下载所需的文件，找到 *SLS 2.0 Software* 下载部分，点击 *Microsoft .Net Framework 2.0*（图 2）。点击保存下载并安装。

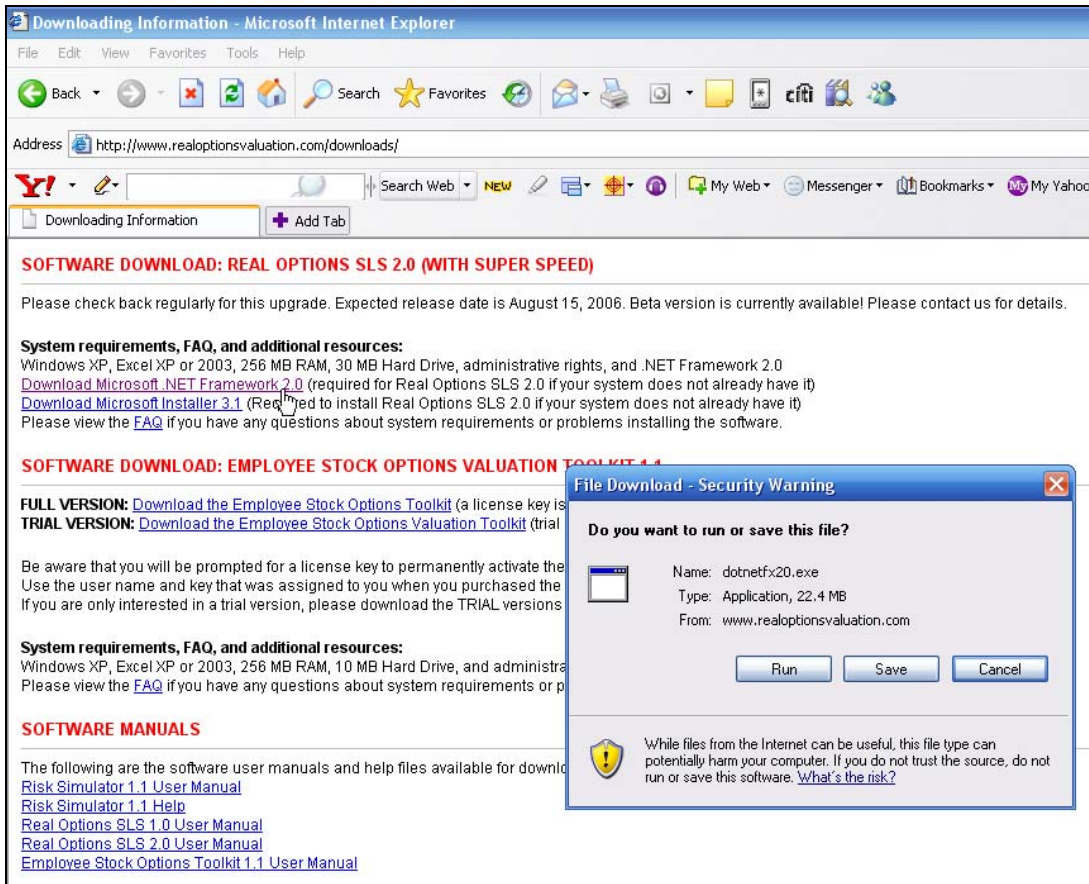


图 2: 从 www.realoptionsvaluation.com/downloads 网站下载 .NET Framework 2.0
 步骤 2.2 如果下载成功, 安装文件会自动出现 (图 3)。如果没有出现, 双击下载, 然后保存文件。

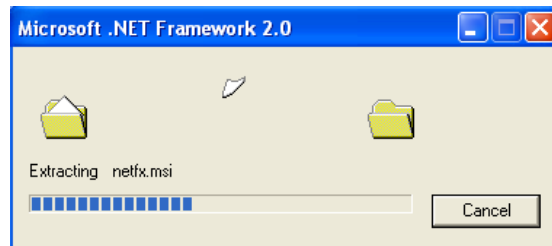


图 3: 下载 .NET Framework 2.0

步骤 2.3 紧接着会看到图 4 中的欢迎界面, 这就意味着可以直接点击下一步来继续安装。

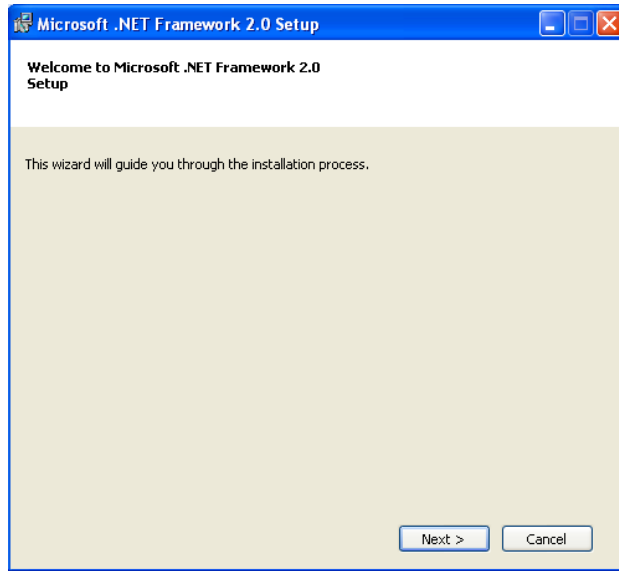


图 4: 安装.NET Framework 2.0

步骤 2.4 现在应该会看到两种可能的界面。如果看到的是图 5 中的许可协议界面，点击接受，继续安装，进入到步骤 2.6。如果看到的是图 6 中的错误信息界面，点击退出，在进行步骤 2.6 之前先操作步骤 2.5——的系统可能缺少了某一要素，在继续之前需要首先安装。

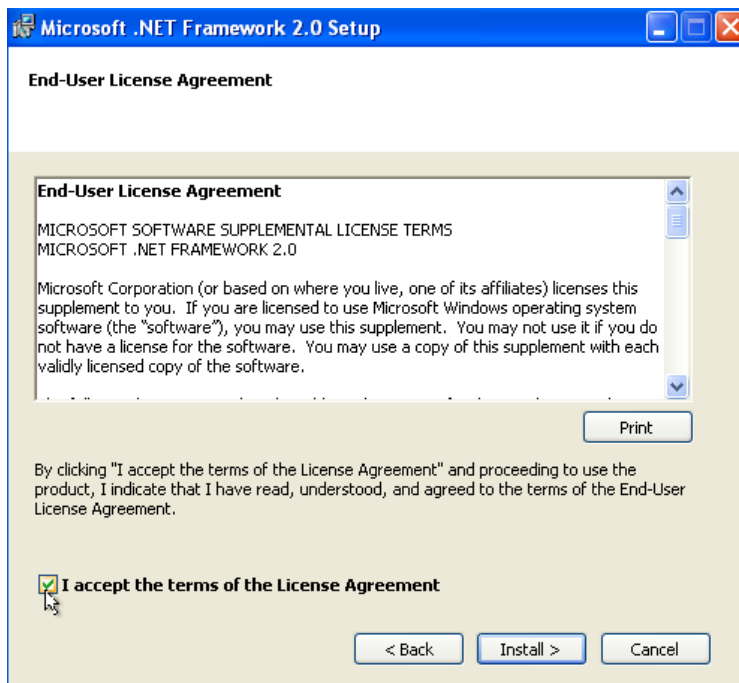


图 5: .NET Framework 2.0 许可协议

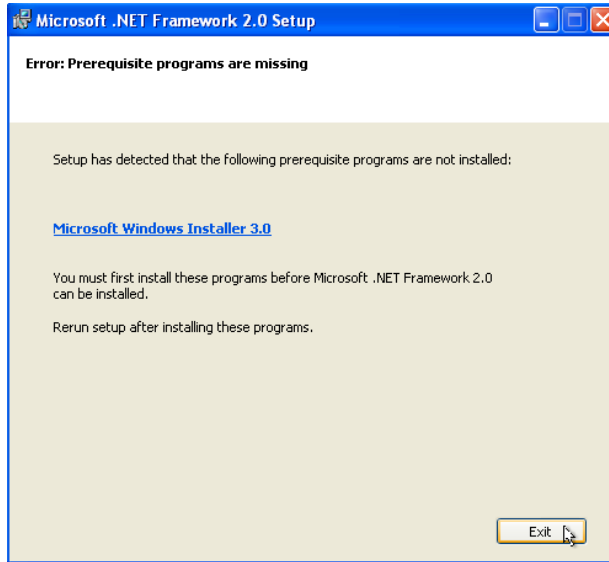


图 6: 缺少 Microsoft 安装 (点击退出)

步骤 2.5 如果看到的是图 6 的错误信息界面的话, 只需要完成这一步。如果确定要继续的话, 点击退出。然后, 访问网站 www.realoptionsvaluation.com/downloads 下载 [Microsoft Installer 3.1](#) 工具包 (见图 7), 点击运行来下载和运行文件。

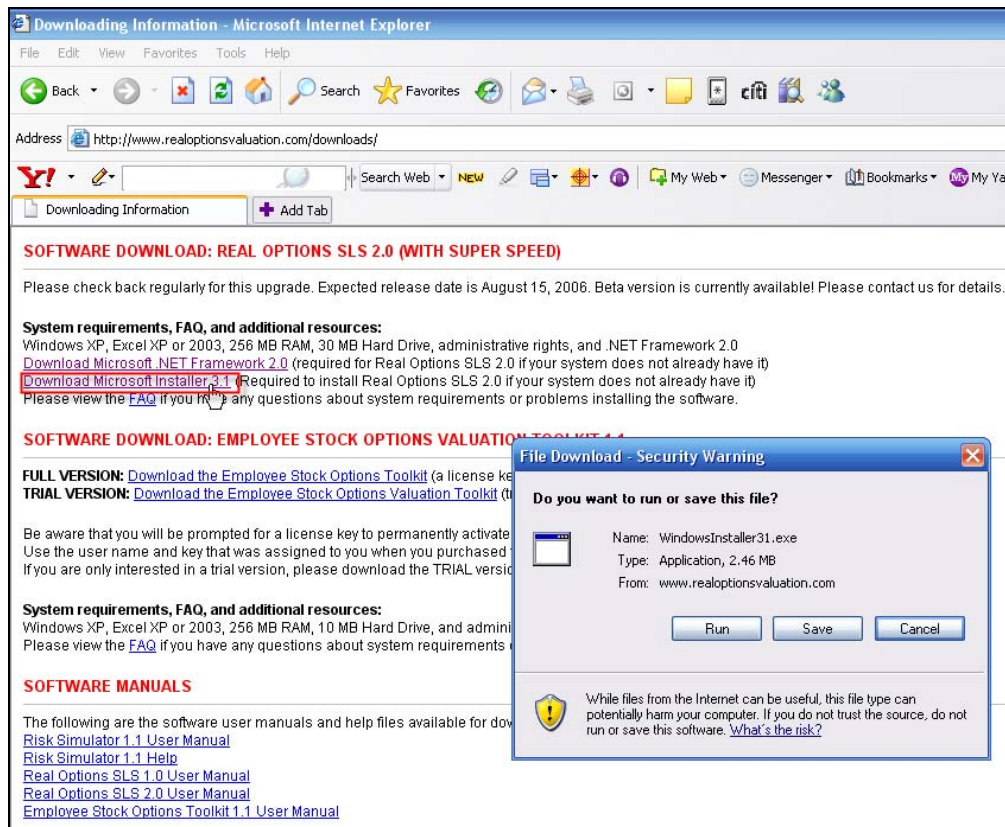


图 7: 从网站 www.realoptionsvaluation.com.cn/downloads 下载 Microsoft 安装包

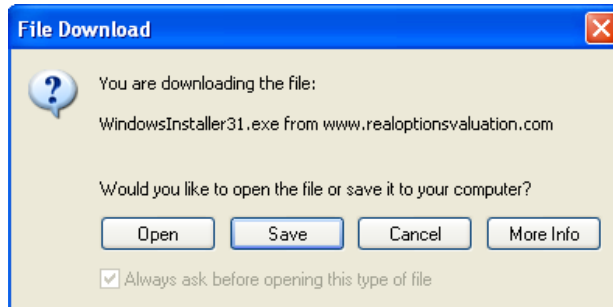


图 8: 保存 Microsoft 安装文件

可以保存文件或是在线打开运行文件（图 8）。当出现提示后，点击下一步开始安装 Windows Installer（图 9）。

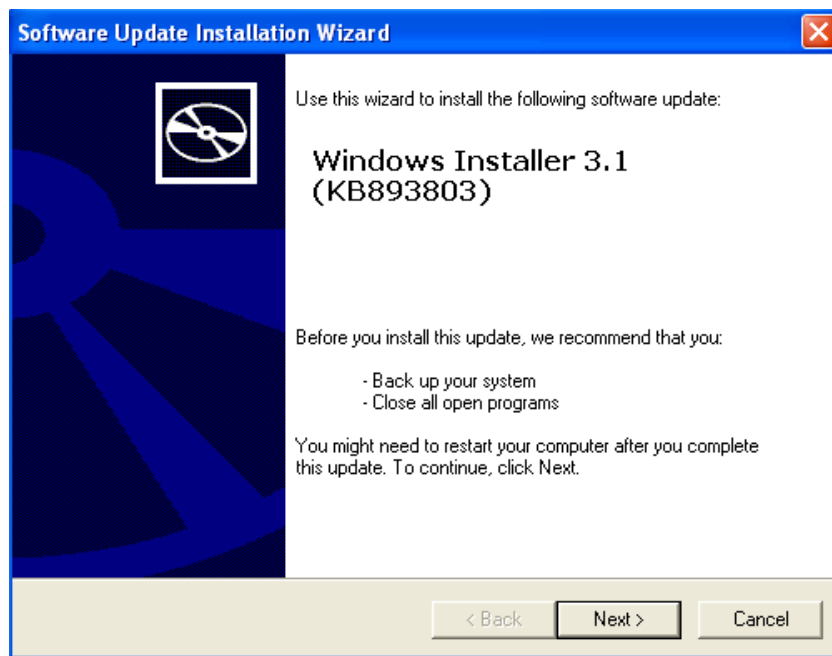


图 9: 安装 Windows Installer

点击许可协议上的我同意提示（图 10），然后点击下一步开始安装（图 11）。当安装成功之后会看到提示（图 12）。我们建议此时将电脑重新启动一次。重启电脑之后回到步骤 2.1，或是双击运行之前下载的 [dotnetfx20.exe](#) .NET Framework 2.0 安装文件继续步骤 2.6。

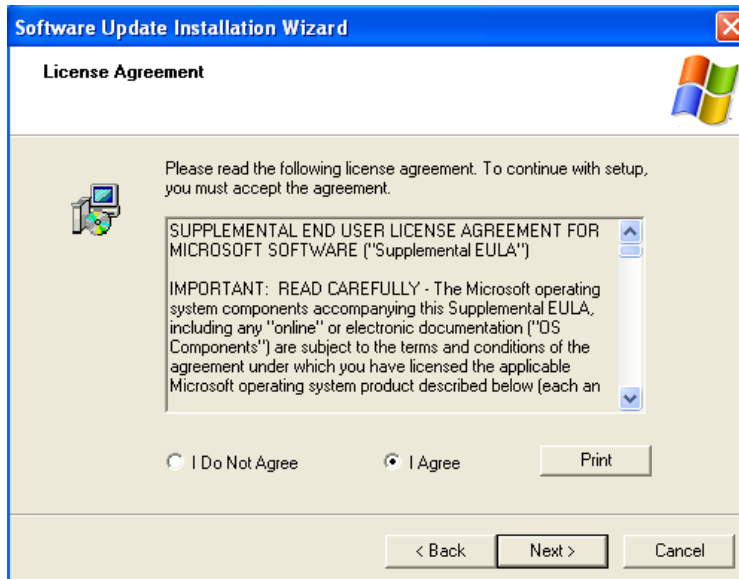


图 10: Microsoft Installer 许可协议

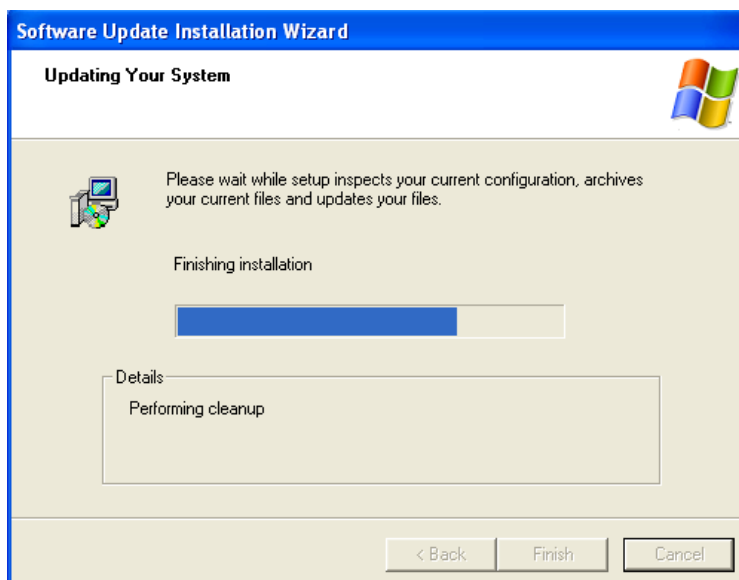


图 11: 安装 Microsoft Installer

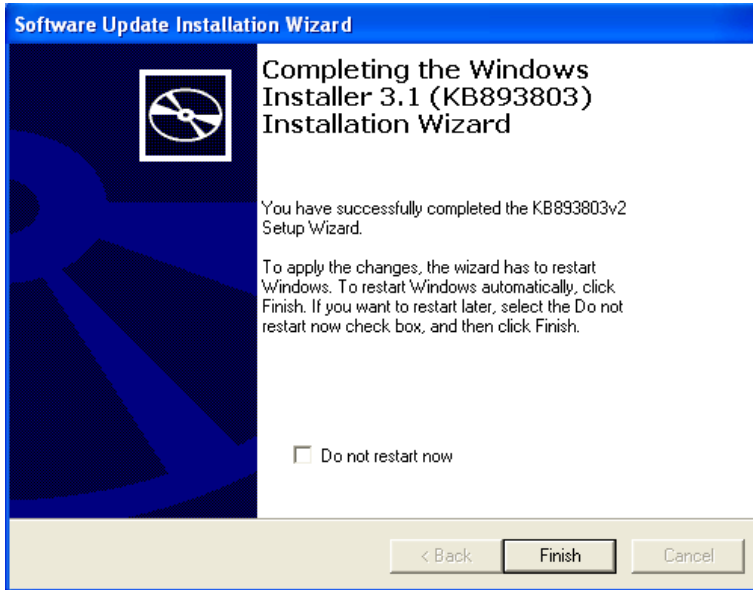


图 12: 完成 Microsoft Installer 安装

步骤 2.6 继续 .NET Framework 2.0 的安装 (图 13)。安装成功之后会出现提示信息 (图 14)。点击完成进入到第三步。

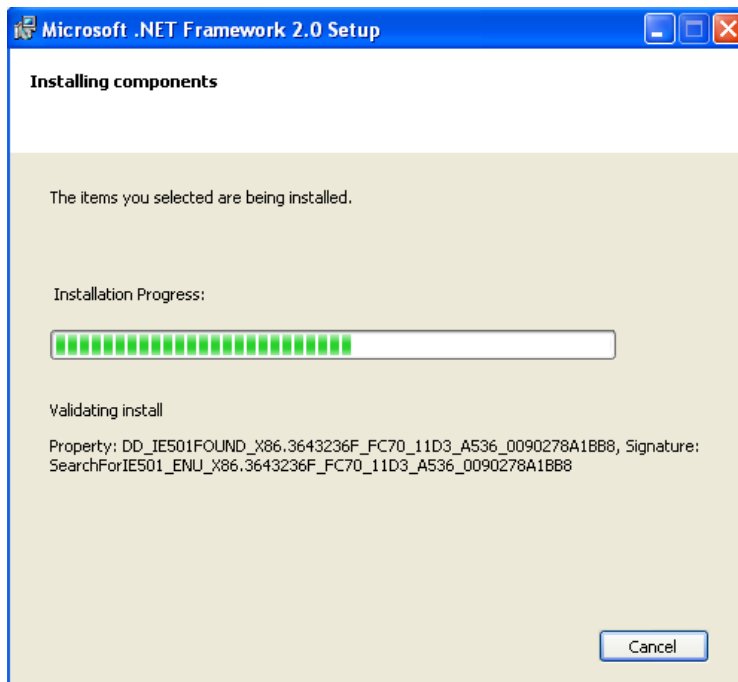


图 13: 安装 Microsoft .NET Framework 2.0

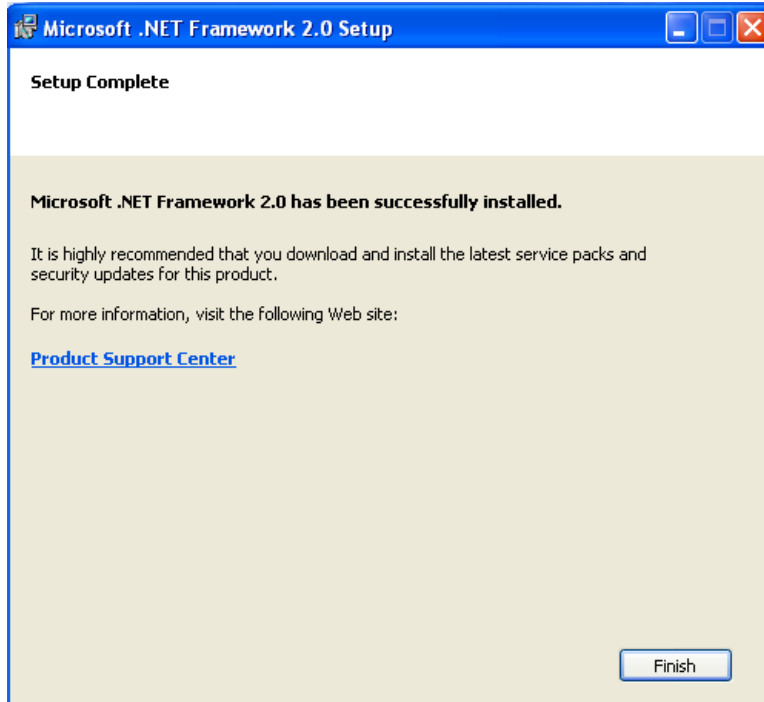


图 14: 完成 Microsoft .NET Framework 2.0 的安装

第三步：安装 Real Option SLS 2010

步骤 3.1 放入安装 CD 或是进入下载页面下载软件的安装文件（图 15）：www.realoptionsvaluation.com/downloads，找到该软件。确保下载的是 SLS 2010 文件。如果还没有购买本软件，那么请点击试用版本，或是如果已经够买了本软件并获得了相关的授权文件，可以直接点击完全版本。

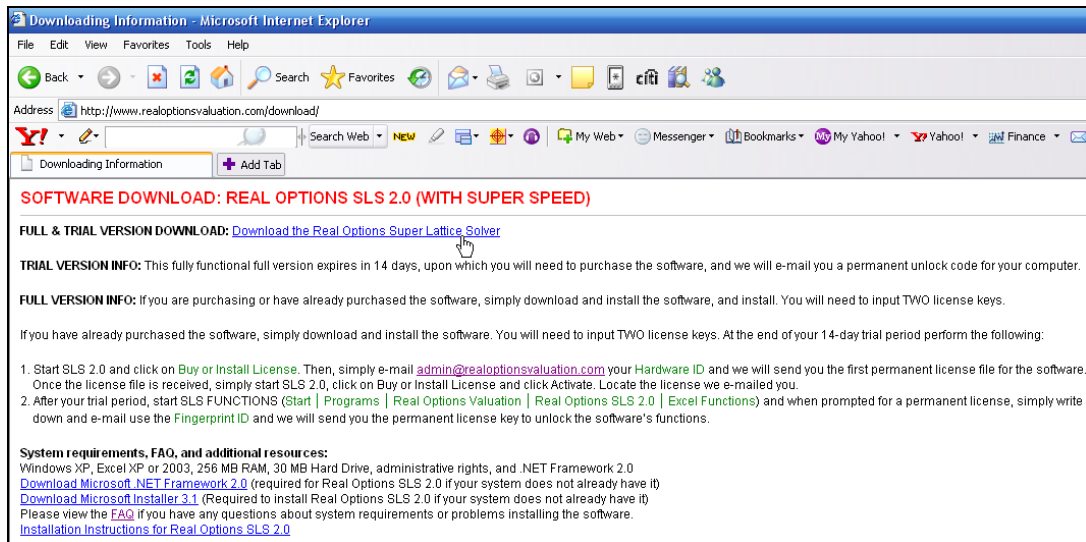


图 15: 下载 Real Option SLS 2010 软件

步骤 3.2 点击下一步（图 16），然后继续下一步（图 17），保持所有默认设置（推荐）。然后再下一步开始安装过程（图 18）。当安装开始时要有耐心（图 19-20）。

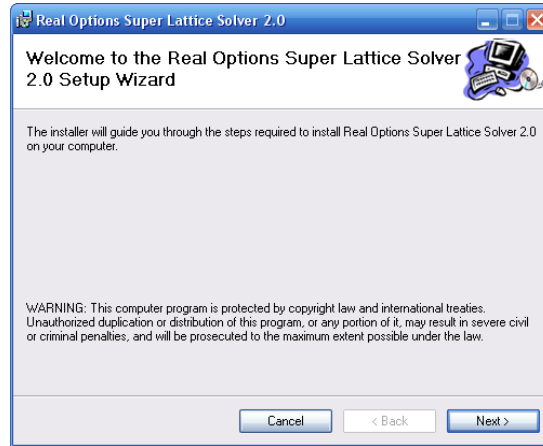


图 16: 安装 Real Option SLS 2010

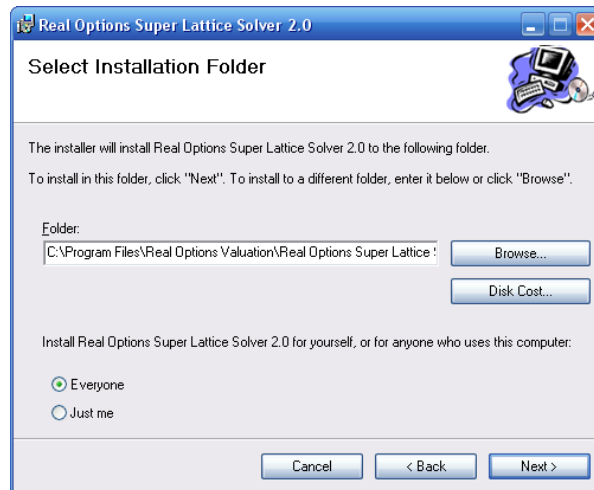


图 17: 安装 Real Option SLS 2010

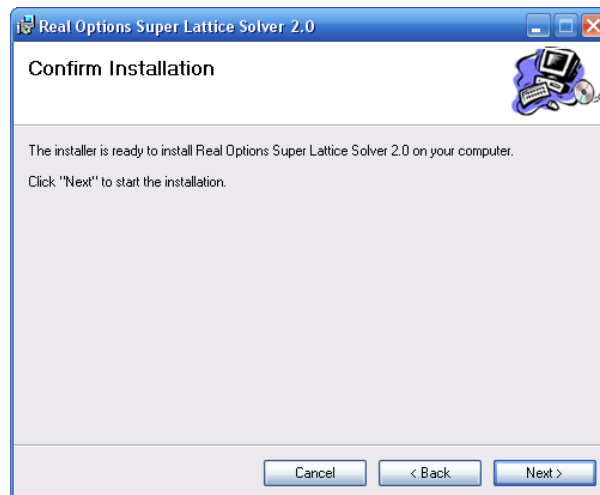


图 18: 安装 Real Option SLS 2010

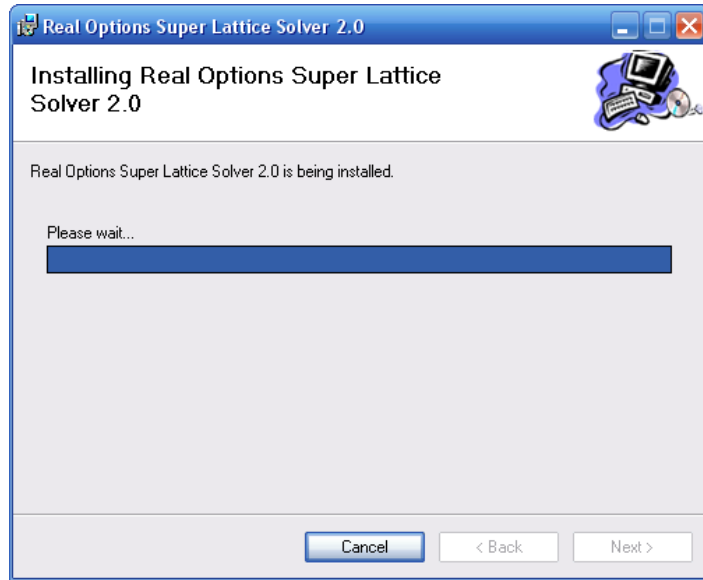


图 19: 安装 Real Option SLS 2010

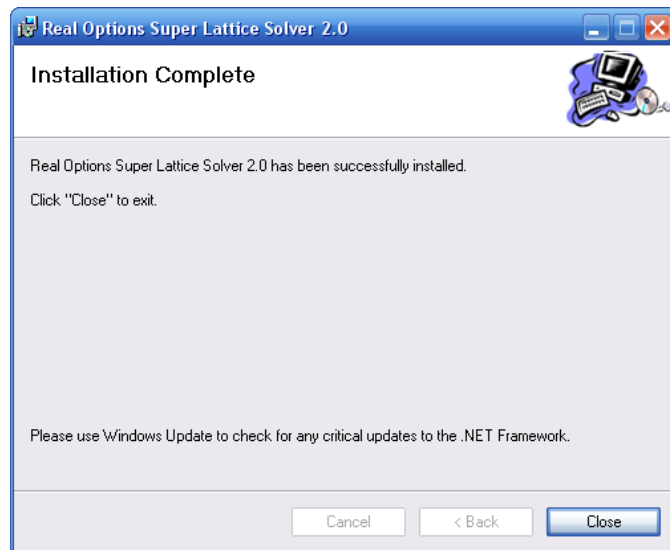


图 20: SLS 2010

附录 F——激活永久授权

需要两个授权代码来运行 Real Options SLS，第一个就是 Real Options SLS 软件的授权（包含单资产网格模型，多资产和多阶段模型，多叉网格模型，和格子制造者工具）。第二个就是为**奇异金融期权评估者**和通过 Excel 来进入应用 SLS 函数的授权。关于如何对软件进行授权，简单步骤如下：

准备：

6. 启动 Real Options SLS (点击开始, 所有程序, Real Options Valuation, Real Options SLS, Real Options SLS)。
7. 点击“1. Real Options SLS 授权”链接你将可以获取你的**硬件 ID**（以 SLS 为前缀开始从第 12 位到第 20 位个之间的数字）。记录这个信息或者通过复制此数值，然后粘帖到发给我们的邮件中。
8. 点击“2. Functions & Options Valuator 授权”链接和将**硬件 FINGERPRINT** 记录或者复制下来（这将是一个 8 位的字母数字编码），然后粘帖到发给我们的邮件中。
9. 请通过在网站 www.realoptionsvaluation.com 点击购买链接来购买软件授权。
10. 请通过电子邮件将这两个数值代码发送到 admin@realoptionsvaluation.com，我们将给你发送你的授权文件和授权代码。收到后，请你使用以下步骤安装授权。

安装授权：

4. 保存 SLS 授权文件到你的硬盘的某个位置（在你购买了软件以后我们会将授权文件发给你），然后启动 Real Options SLS（点击开始，所有程序，Real Options Valuation, Real Options SLS, Real Options SLS）。
5. 点击“为 Real Options SLS 进行授权”和选择**激活**，然后浏览我们发给你的 SLS 授权文件。将此文件导入。
点击“2. 授权功能&期权评估者”，然后输入我们发给你的 NAME 和 KEY 组合。